中 山 大 学

二OO六 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码：367

科目名称：高等数学（B）

考试时间：01 月15日 上 午

考 生 须 知

全部答案一律写在答题纸上，答在试题纸上的不得分！ 请用蓝、黑色墨水笔或圆珠笔作答。答题要写清题号，不必抄原题。

一． 填空题（本题共5小题，每小题4分，满分20分；答案写在答题纸上并注明题号。）

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{i=1}^{n}\frac{i}{n^2}=$ ________.

2. $\lim\limits_{x\to-\infty}\int_0^x \arctan t\,dt \Big/ \sqrt{1+x^2}=$ ________.

3. $\int\frac{x^5}{x^4+3x^2+2}dx=$ ________.

4. 若函数 $f(u,v)$ 有一、二阶连续偏导数，$w=f(x\ln y,\frac{x}{y})$，则 $\frac{\partial w^2(2,1)}{\partial x\partial y}=$ ________.

5. 设随机变量 X 的密度函数为 $p(x)=\begin{cases}\frac{2}{\pi(x^2+1)} & x>0\\ 0 & x\le 0\end{cases}$，则 $P(1\le x\le\sqrt{3})=$ ________.

二． 选择题（本题共5小题，每小题4分，满分20分；每小题的四个选择项中只有一个符合题目要求，将所选项前面的字母写在答题纸上并注明题号。）

1． 设函数 $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 的某邻域内有定义，且 $f_x(0,0)=2, f_y(0,0)=-2$，则有 ________.

(A) 曲线 $\begin{cases}z=f(x,y)\\ x=0\end{cases}$，在点 $(0,0,f(0,0))$ 的一个切向量为 $(2,-2,1)$.

(B) 曲线 $\begin{cases}z=f(x,y)\\ x=0\end{cases}$，在点 $(0,0,f(0,0))$ 的一个切向量为 $(0,1,-2)$.

(C) $dz=2dx-2dy$.

(D) 曲面 $z=f(x,y)$ 在点 $(0,0,f(0,0))$ 的一个法向量为 $(2,-2,1)$.

2. 设平面区域 $D=\{(x,y)\mid -1\le x\le 1,-1\le y\le x\}$， $D_1=\{(x,y)\mid 0\le x\le 1,0\le y\le x\}$，则 $\iint\limits_D (xy+\cos x\cos y)dxdy=$ ________.

(A) $4\iint\limits_{D_1}\cos x\cos y dxdy$ (B) $4\iint\limits_{D_1} xydxdy$

(C) $4\iint\limits_{D_1}(xy+\cos x\cos y)dxdy$ (D) 0

3.微分方程 $y''+2y'+y=e^{-x}\sin x$ 特解的形式是 $y^*=$ ____.

(A) $Ae^{-x}\sin x$ (B) $Ax^2e^{-x}\sin x$

(C) $e^{-x}(A\cos x+B\sin x)$ (D) $x^2e^{-x}(A\cos x+B\sin x)$

4.设 X,Y 独立同分布，密度函数为 $p(\bullet)$，分布函数为 $F(\bullet)$，则 $Z=Min(X,Y)$ 的密度函数 $p_Z(z)$ 是________

(A) $2F(z)p(z)$ (B) $-2(1-F(z))p(z)$

(C) $2(1-2F(z))p(z)$ (D) $2(1-F(z))p(z)$

5.已知 $D(X)=9, D(Y)=16, \rho=0.5$，则 $D(X+Y)=$ __________

(A) 25 (B) 31

(C) 37 (D) 72

三、(本题满分 8 分)设 x 为某新工人累计完成的某产品的数量， y 表示它生产第 x 单位产品时所需的劳动时间（小时），y 与 x 的函数关系： $y=\begin{cases}80x^{-\frac{1}{2}} & 0\le x\le 100\\ 8 & x\ge 100\end{cases}$。试求该工人当他累计完成 200 个单位产品时，共用了多少劳动时间？

四、(本题满分 10 分)试从 $\dfrac{dx}{dy}=\dfrac{1}{y'}$，导出 $\dfrac{d^3x}{dy^3}$

五、(本题满分 12 分) 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上连续。试证明：必存在一 $\xi\in(a,b)$，使得 $\int_a^{\xi} f(x)dx=(b-\xi)f(\xi)$

六、(本题满分 12 分)已知 $f(x)=\begin{cases}1.5+x & x<0\\ 2 & x=0\\ x^{ax} & x>0(a>0)\end{cases}$，求函数 $f(x)$ 的极值.

(第3页在背面)

七、(本题满分 12 分) 求曲线 $\begin{cases} x^2+y^2+z^2-3z=0 \\ 2x-2y+5z-1=0 \end{cases}$ 在点 $(1,1,1)$ 处的切线及法平面方程.

八、(本 题 满 分 12 分) 求 二 重 积 分 $\iint\limits_D (3x^2+5x+7y+1)d\sigma$ ， 其 中 平 面 区 域 $D=\{(x,y)\mid x^2+y^2\le R^2\}$.

九、(本题满分 14 分) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n3^n}$ 的收敛域，并求级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n3^n}$ 的值.

十、(本题满分 15 分)求微分方程 $xdy+[y+xy^2(1+\ln x)]dx=0$ 的通解和满足初始条件 $y|_{x=1}=1$ 的特解.

十一、 (本题满分 15 分) 设 $\ln X \sim N(1,2^2)$，求 X 的密度函数和期望 $E(X)$.