

# 中山大学

## 二〇〇六年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码: 368

科目名称: 数学(C)

考试时间: 1月15日上午

### 考生须知

全部答案一律写在答题纸上, 答  
在试题纸上的不得分! 请用蓝、黑  
色墨水笔或圆珠笔作答。答题要写  
清题号, 不必抄原题。

一. 选择题 (本题共7小题, 每小题3分, 满分21分。每小题给出的四个选择项中, 只有一项符合题目要求, 把所选项前的字母写在答题纸上并注明题号。)

1. 函数  $f(x) = \frac{\cos x}{x}$  在区间  $(0, \frac{\pi}{2}]$  上 [ ]。

(A) 严格递增

(B) 递增, 但不是严格递增

(C) 严格递减

(D) 递减, 但不是严格递减

2. 设  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-a}{x} \right)^{2x} = \frac{1}{e}$ , 则  $a = [ ]$ 。

(A)  $\frac{1}{2}$

(B) 1

(C)  $-\frac{1}{2}$

(D) -1

3. 函数  $f(x)$  在点  $x_0$  连续的一个充分但不必要的条件是 [ ]。

(A)  $f(x)$  在点  $x_0$  有极限

(B)  $f(x)$  在点  $x_0$  左连续和右连续

(C)  $f(x)$  在点  $x_0$  可导

(D)  $f(x)$  在点  $x_0$  不可导

4. 已知五阶行列式第一行的元素依次是  $2, 3, k, 0, -2$ , 第二行元素对应的代数余

子式的值依次是  $3, -2, 2, \frac{1}{3}, 1$ , 则  $k = [ ]$ 。

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

5. 设  $A$  为  $n$  阶矩阵,  $E$  为  $n$  阶单位矩阵, 且满足  $|A| \neq 0, A^2 = 2A$ , 则  $A = [ ]$ 。

(A)  $E$

(B)  $2E$

(C)  $A^{-1}$

(D)  $2A^{-1}$

6. 设  $A, B$  为随机事件, 且  $P(A) = 0.7, P(B) = 0.3, P(\overline{AB}) = 0.49$ , 则

$$P(A+B) = [ \quad ]。$$

- (A) 0.59                      (B) 0.69                      (C) 0.79                      (D) 0.89

7. 设随机变量  $\xi$  服从泊松分布  $\xi \sim P(\lambda)$ , 则  $\frac{E\xi}{(D\xi)^2} = [ \quad ]。$

- (A) 1                      (B)  $\lambda$                       (C)  $\lambda^2$                       (D)  $\frac{1}{\lambda}$

二. 填空题 (本题共 7 小题, 每小题 3 分, 满分 21 分。答案写在答题纸上并注明题号。)

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}} \right) = \underline{\hspace{2cm}}。$

2.  $\int \left( \frac{3}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{x \ln x} \right) dx = \underline{\hspace{2cm}}。$

3. 设函数  $f(x) = \int_0^{\sqrt{x}} (e^{t^2} - 1) dt$ , 则  $f'(x) = \underline{\hspace{2cm}}。$

4. 行列式  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 6 & 10 \\ 1 & 4 & 10 & 20 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}。$

5. 设  $k$  为正整数, 则  $\begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}^k = \underline{\hspace{2cm}}。$

6. 甲、乙、丙三人向同一目标射击, 每人射一发, 命中率分别是 0.8, 0.7, 0.6, 则目标被击中的概率是  $\underline{\hspace{2cm}}。$

7. 袋中有 3 个红球和 7 个白球, 从中任取 2 个球, 则取得两个红球的概率是  $\underline{\hspace{2cm}}。$

三. 计算题一 (本题共 6 小题, 每小题 7 分, 满分 42 分。)

1. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)。$

2. 设  $y = (1+x^2)^{\sin x}$ , 求  $\frac{dy}{dx}。$

3. 求微分方程  $xy' + y = e^x$  ( $x > 0$ ) 的通解。

4. 设  $z = e^{xy} \cdot \cos(x+2y)$  , 求  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$  .

5. 求二重积分  $I = \iint_D \frac{\cos y}{y} dx dy$  , 其中  $D$  是由抛物线  $x = y^2$  及直线  $y = x$  所围成的平面区域 .

6. 设函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1+x^4} & x \geq 0 \\ xe^x, & x < 0 \end{cases}$  , 求  $\int_1^3 f(2-x) dx$  .

四. 计算题二 (本题共 4 小题, 每小题 7 分, 满分 28 分。)

1. 计算行列式  $\begin{vmatrix} x & a & a & a \\ a & x & a & a \\ a & a & x & a \\ a & a & a & x \end{vmatrix}$  .

2. 解线性方程组  $\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 = 3 \\ 3x_1 + 4x_2 - 7x_3 - x_4 = 10 \\ 5x_1 + 4x_2 - 9x_3 - 7x_4 = 14 \end{cases}$  .

3. 设随机变量  $\xi$  的概率密度为

$$p(x) = \begin{cases} Ax^2 & 0 \leq x < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases},$$

(1) 求常数  $A$  ,

(2) 求  $\xi$  的分布函数  $F(x)$  .

4. 设随机变量  $\xi$  的概率密度为

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{\pi\sqrt{1-x^2}} & |x| < 1 \\ 0 & |x| \geq 1 \end{cases},$$

求数学期望  $E\xi$  和方差  $D\xi$  .

五. 计算题三 (本题共 2 小题, 每小题 9 分, 满分 18 分。)

1. 解矩阵方程  $X \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}。$

2. 设某地区处于甲、乙两河的汇合处, 当任一河流泛滥时, 该地区即遭受水灾。设某时期内甲河泛滥的概率为 0.1, 乙河泛滥的概率为 0.2, 当甲河泛滥时乙河泛滥的概率为 0.3,

(1) 求该时期内这个地区遭受水灾的概率,

(2) 求当乙河泛滥时甲河泛滥的概率。

六. (本题满分 10 分) 若在曲线  $y = x^3$  ( $x \geq 0$ ) 上某点  $(a, a^3)$  处作切线, 使它

与该曲线以及  $x$  轴所围成图形的面积为  $\frac{1}{12}$ , 试求  $a$  的值。

七. (本题满分 10 分) 已知函数  $f(x)$  在区间  $[a, b]$  上有定义, 且在  $(a, b)$  内

可导, 又  $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = A > 0,$

$$\lim_{x \rightarrow b^-} \frac{f(x) - f(b)}{x - b} = B < 0,$$

试证明在  $(a, b)$  内存在一点  $c$ , 使得  $f'(c) = 0$ 。