

# 中山 大 学

## 二 00 七 年 攻 读 硕 士 学 位 研 究 生 入 学 考 试 试 题

科目代码: 410

科目名称: 一元微积分

考试时间: 1 月 21 日 下 午

考 生 须 知

全部答案一律写在答题纸上,  
答在试题纸上的不得分! 请用蓝、  
黑色墨水笔或圆珠笔作答。答题  
要写清题号, 不必抄题。

(一) 填空题 (每题 5 分, 共 30 分) 请把答案写在答题纸上, 标明序号。

(1)  $y = x + \frac{1}{x}$  值域为 ( )

(2)  $y = \sqrt{1-x^2}$  的导数为 ( )

(3)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n}(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = ( )$

(4)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A$  的定义为 ( )

(5)  $\int (a^2 - x^2)^2 dx = ( )$

(6)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax+b}{x-2} = ( )$

(二) 判断题 (正确的在写 "T", 错误的写 "F". 每小题 4 分, 共 28 分)  
请把答案写在答题纸上, 标明序号。

(1) 映射并不要求元素的像必须是唯一的. ( )

(2) 收敛数列必有界. ( )

(3) 开区间上的连续函数一定是有界的. ( )

(4) 若函数  $f(x)$  在  $x$  处连续, 则该函数在  $x$  处可微. ( )

(5)  $|f(x)|$  在  $[a, b]$  上可积, 则  $f(x)$  在  $[a, b]$  上也可积. ( )

(6) 非空有上界的数集必有上确界, 非空有下界的数集必有下确界. ( )

(7) 若函数  $f(x)$  在区间  $(a, b)$  上连续, 则该函数在  $(a, b)$  上一致连续. ( )

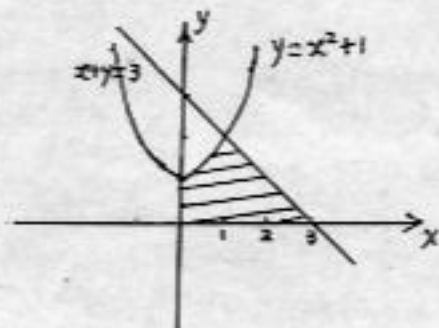
(三) 计算题 (每小题 11 分, 共 44 分)

(1) 应用罗比塔法则求  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \arctan x}{\sin \frac{1}{x}}$

(2) 求  $\int \frac{x}{1+\cos x} dx$

(3) 计算  $I = \int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{1+x^2} dx$

(4) 计算由曲线  $y = x^2 + 1$ , 直线  $x + y = 3$  及两坐标轴所围的图形 (下图阴影部分) 的面积  $S$ .



(四)(16分) 作出函数  $y = \frac{(x-1)^2}{x(x+1)}$  的图象.

(五) 证明题 (1 和 2 题每题 10 分, 第 3 题 12 分, 共 32 分)

(1) 设  $A$  与  $B$  都是函数  $f(x)$  在点  $x_0$  的极限, 则  $A = B$ .

(2) 证明不等式  $|\arctan a - \arctan b| \leq |a - b|$ .

(3) 若函数  $f(x)$  在闭区间  $[a, b]$  连续, 且  $f(a) \cdot f(b) < 0$ , 则一定存在  $\xi \in (a, b)$ , 使得  $f(\xi) = 0$ .