

中山 大 学

二 00 八 年 攻 读 硕 士 学 位 研 究 生 入 学 考 试 试 题

科目代码: 609

科目名称: 一元微积分

考试时间: 1 月 20 日 上 午

考 生 须 知

全部答案一律写在答题纸上, 答
在试题纸上的不得分! 请用蓝、黑
色墨水笔或圆珠笔作答。答题要写
清题号, 不必抄题。

(一) 填空题 (每题 5 分, 共 30 分) 请把答案写在答题纸上, 表明序号。

(1) $y = \sqrt{3 + 2x - x^2}$ 值域为 ()

(2) $y = \frac{\sin x}{x}$ 的导数为 ()

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - x)^{\frac{1}{x}} = ()$

(4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A$ 的定义为 ()

(5) $\int \frac{dx}{2x} = ()$

(6) $y = x^2 \ln(x^2) + \cos x$ 的微分为 ()

(二) 判断题 (正确的在写 "T", 错误的写 "F". 每小题 4 分, 共 28 分) 请把答案写在答题纸上, 表明序号。

(1) 映射要求逆像必须是唯一的. ()

(2) 有界数列必收敛. ()

(3) 非空有界数集的上 (下) 确界是惟一的. ()

(4) 若函数 $f(x)$ 在 x 处连续, 则该函数在 x 处可微. ()

(5) $|f(x)|$ 在 $[a, b]$ 上可积, 则 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上也可积. ()

(6) 若函数 $f(x)$ 在 x_0 可导, 且取得极值, 则 $f'(x_0) = 0$. ()

(7) 若函数 $f(x)$ 在区间 (a, b) 上连续, 则该函数在 (a, b) 上一致连续. ()

(三) 计算题 (每小题 11 分, 共 44 分)

(1) 应用罗比塔法则求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\pi}{2} - \arctan x}{\sin \frac{1}{x}}$

(2) 求 $\int x^3 \ln x dx$

(3) 计算 $\int_0^1 \sqrt{1 - x^2} dx$

(4) 计算由抛物线 $y^2 = x$, 直线 $x - 2y - 3 = 0$ 所围的图形的面积 S .

(四)(16分) 作出函数 $y = \frac{(x-3)^2}{4(x-1)}$ 的图象.

(五) 证明题 (1 和 2 题每题 10 分, 第 3 题 12 分, 共 32 分)

(1) 若 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$, $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = B$, 且 $A > B$, 证明存在 $\delta > 0$, 当 $0 < |x - x_0| < \delta$ 时, $f(x) > g(x)$ 成立.

(2) 证明不等式: 当 $x > 0$ 时, $x > \ln(1 + x)$.

(3) 若函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 连续, 且 $f(a) \cdot f(b) < 0$, 则一定存在 $\xi \in (a, b)$, 使得 $f(\xi) = 0$.