download.kaoyan.com

中 山 大 学

二00八年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码： 704

科目名称： 数学（四）

考试时间： 1 月 20 日 上 午

考 生 须 知

全部答案一律写在答题纸上，答在试题纸上的不得分！请用蓝、黑色墨水笔或圆珠笔作答。答题要写清题号，不必抄题。

一、选择（5 分×4＝20 分） 选择正确答案的代号写在答题纸上，注明题号。

1. 设 $f(x)=\begin{cases} e^{-\frac{1}{x}} & x>0 \\ (1-x)^{\frac{1}{x}} & x<0 \end{cases}$，则 $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ 不存在的原因是（ ）。

（A） $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ 和 $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$ 都存在但不相等。

（B） $f(0)$ 无意义。

（C） $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ 不存在。

（D） $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$ 不存在。

2. 设函数 $f(x)$ 在 x_0 处可导，则 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0+2\Delta x)-f(x_0-3\Delta x)}{\Delta x}=$（ ）。

（A） $f'(x_0)$。

（B） $2f'(x_0)$。

（C） $5f'(x_0)$。

（D） $-3f'(x_0)$。

3. $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & a+2 \end{bmatrix}$，$x=\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$，若齐次方程组 $Ax=0$ 有非零解，则 $a=$（ ）。

（A）0。

（B）1。

（C）2。

（D）3。

4. 设 A、B 是两个随机事件，则一定有（ ）。

（A） $P(\overline{A}\cup\overline{B})=1$。

（B） $P(\overline{A}\cup\overline{B})=0$。

（C） $0<P(\overline{A}\cup\overline{B})<1$。

（D） $P(\overline{A}\cup\overline{B})=1-P(AB)$。

二、填空（5 分×4＝20 分） 请把答案写在答题纸上，标明题号。

1. 设 $f(x)=\begin{cases} a+bx & x\le 0 \\ \dfrac{\sin(bx)}{x} & x>0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续，则常数 a 和 b 满足的关系是________。

2. 行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ 的值＝________。

download.kaoyan.com

3. 矩阵 $A=\begin{bmatrix}1&1&1\\0&1&1\\1&0&1\end{bmatrix}$，则 $A^{-1}=$______________。

4. 随机变量 X、Y 相互独立，方差分别为 4 和 2，则随机变量 $3X-2Y$ 的方差是________。

三（10 分）、计算 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1+x)^{\frac{1}{x}}-e}{x}$

四（15 分）、生产函数 $Q=F(K,L)$ 规模报酬不变，若对任意正实数 t 有 $F(tK,tL)=tF(K,L)$。其中，Q 代表产出，K,L 分别代表资本和劳动。设 $Q=F(K,L)$ 为一个可微函数，证明：在一个竞争经济中，生产函数 $Q=F(K,L)$ 规模报酬不变 $\Leftrightarrow$ 资本份额与劳动份额之和等于 1，即 $K\dfrac{\partial F(K,L)}{\partial K}+L\dfrac{\partial F(K,L)}{\partial L}=F(K,L)$。

五（15 分）、计算积分 $\int_0^1 dx\int_x^{\sqrt{x}}\dfrac{\sin y}{y}dy$

六（15 分）、设某产品的需求函数 $Q=Q(P)$ 单调递减，收益函数 $R=PQ$，当价格为 P_0 时需求量为 Q_0，边际收益 $R'(Q_0)=2$，而 $R'(P_0)=-150$，需求对价格的弹性 $|E_P|=3/2$，求 P_0 和 Q_0。

七（10 分）、3 阶矩阵 A、B 满足关系式 $A^{-1}BA=6A+BA$，且 $A=\begin{bmatrix}\frac{1}{3}&0&0\\0&\frac{1}{4}&0\\0&0&\frac{1}{7}\end{bmatrix}$，求 B。

八（15 分）、求矩阵 $A=\begin{bmatrix}3&-2&-4\\-2&6&-2\\-4&-2&3\end{bmatrix}$ 的特征值和特征向量。

九（15 分）、商店销售某种商品，每出售 1 公斤可获利 a 元，如果未能售完，则余下商品每公斤净亏损 b 元。假设该商品需求量 X 是连续型随机变量，其密度函数为 $f(x)(x\geq 0)$，为使商店经营该商品能获最大期望利润，商店应储备多少公斤这种商品？

十（15 分）、设总体 X 的期望为 μ、方差为 σ^2，分别抽取容量为 n_1,n_2 的两个独立样本，$\overline{X}_1,\overline{X}_2$ 为两个样本的均值。试证：如果常数 a,b 满足 $a+b=1$，则 $Y=a\overline{X}_1+b\overline{X}_2$ 是 μ 的无偏估计量，并确定 a,b 的值，使得 DY 最小。