中 山 大 学

二00八年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码：851

科目名称：高等代数

考试时间：1 月 20 日 下 午

考 生 须 知

全部答案一律写在答题纸上，答在试题纸上的不得分！请用蓝、黑色墨水笔或圆珠笔作答。答题要写清题号，不必抄题。

注：试卷中 F 为一数域，E 为单位矩阵。

一、（10 分）设 $f(x)=x^4+x^3-3x^2-4x-1$， $g(x)=x^3+x^2-x-1$。求 $u(x),v(x)$ 使 $u(x)f(x)+v(x)g(x)=(f(x),g(x))$。

二、（10 分）设 $f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x+a_0\in F[x]$，其中 $a_n\neq 0,a_0\neq 0$。令 $g(x)=a_0x^n+a_1x^{n-1}+\cdots a_{n-1}x+a_n$。证明：$f$ 不可约当且仅当 g 不可约。

三、1）（14 分）求下列行列式：

$$\sum_{j_1j_2\cdots j_n}\begin{vmatrix} a_{1j_1} & a_{1j_2} & \cdots & a_{1j_n} \\ a_{2j_1} & a_{2j_2} & \cdots & a_{2j_n} \\ \cdots & & \cdots & \\ a_{nj_1} & a_{nj_2} & \cdots & a_{nj_n} \end{vmatrix}$$，这里 $\sum$ 是对 $1,2,\cdots,n$ 的全排列求和；

$$\begin{vmatrix} a+1 & a & \cdots & a \\ a & a+1/2 & \cdots & a \\ \cdots & & \cdots & \\ a & a & \cdots & a+1/n \end{vmatrix}。$$

2）（6 分）设 A 为元素都是整数的 n 级方阵。证明：若整数 k 是 A 的一个特征值，则 k 是 $|A|$（A 的行列式）的一个因子。

四、（15 分）就 a 取何值讨论以下方程组解的情况，有解时求解：

$$\begin{cases} ax+y+z=a-3 \\ x+ay+z=-2 \\ x+y+az=-2 \end{cases}$$

考试完毕，试题和草稿纸随答题纸一起交回。