中 山 大 学

二〇〇九年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码：362

科目名称：高等数学(B)

考试时间：1 月 11 日 上 午

考 生 须 知

全部答案一律写在答题纸上，答在试题纸上的不得分！请用蓝、黑色墨水笔或圆珠笔作答。答题要写清题号，不必抄原题。

一．填空题（每小题 5 分，共 60 分；答案写在答题纸上并注明题号.）

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{\sqrt[3]{n^3+1}}+\frac{1}{\sqrt[3]{n^3+2}}+\frac{1}{\sqrt[3]{n^3+3}}+\cdots\frac{1}{\sqrt[3]{n^3+n}}\right)=$ ____________。

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{i=1}^{n}\frac{\sqrt{n+i}}{\sqrt{n^3}}=$ ____________。

3. $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\int_0^x(\arctan t)^2dt}{\sqrt{1+x^2}}=$ ____________。

4. $\int_0^1 x(1+2^x)dx=$ ____________。

5. $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{dx}{1+\cos^2(x)}=$ ____________。

6. 设 $y=\arccos(x)\ln\sqrt{1+e^x}$，则 $\frac{dy}{dx}=$ ____________。

7. 设 $\Omega=\left\{(x,y,z):\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}+\frac{z^2}{16}\le 1\right\}$，则 $\iiint\limits_{\Omega}(x+y^3+z^5)dv=$ ____________。

8. 过原点并与直线 $\begin{cases}x+y-z+1=0\\x+y+z+1=0\end{cases}$ 垂直的平面方程是____________。

9. 微分方程 $y'-xy=xe^{x^2}$ 的通解是____________。

10. 设随机变量 X 服从指数分布：$f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x}, & x\ge 0\\ 0, & x<0\end{cases}$，则随机变量函数 e^{-X} 的期望为____________，其中参数 $\lambda>0$.

11. 设总体 X 服从正态分布 $N(\mu,1)$，2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 5 为来自 X 的简单随机样本，则参数 μ 的最大似然估计为________，参数 μ 的矩估计为__________。

12. 设总体 X 服从参数 λ 的 Poisson 分布，11, 5, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 为来自 X 的简单随机样本，则参数 λ 的最大似然估计为__________，参数 λ 的矩估计为__________。

二.（本题满分 12 分）设 $u=x^2 f(e^{xy})$，其中函数 f 二阶可导，求 $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}$.

三.（本题满分 12 分）设 $f(x)$ 是定义在 $[a,b]$ 上的连续函数，且 $\int_a^b f(x)dx=0$，试证在 (a,b) 内至少存在一点 c，使得 $f(c)=0$.

四.（本题满分 14 分）求在椭球面 $x^2+y^2+\dfrac{z^2}{4}=1$ 与平面 $x+y+z=0$ 的交线上的点到坐标原点的最小距离和最大距离，并分别给出达到最小距离和最大距离时该点的坐标.

五.（本题满分 14 分）试求微分方程 $\dfrac{dy}{dx}=3y+(x-2)e^x$ 的通解及其当 $x=0$ 时 $y=1$ 的特解.

六.（本题满分 12 分）设随机变量 ξ 的概率分布为 $P(\xi=n)=\alpha\dfrac{2^n}{n!}$，其中 ξ 的取值范围为所有非负整数，并约定 $0!=1$，试求参数 α、以及 ξ 的数学期望和方差。

七.（本题满分 12 分）用三重积分求由曲面 $z=\sqrt{4-x^2-y^2}$ 与 $x^2+y^2=3z$ 所围成的立体的体积.

八.（本题满分 14 分）包糖机某日开工包糖. 抽取12包糖，称得重量（以两为单位）分别为10.0, 10.1, 9.9, 9.8, 10.2, 10.0, 10.2, 9.9, 10.1, 10.1, 9.9, 9.8. 假定重量近似服从正态分布，且该分布的均值 μ 和方差 σ 都未知. (1) 求该机器所包的糖的平均重量的置信度为95%的置信区间；(2) 针对零假设 $H_0:\sigma=0.2$ 与备择假设 $H_1:\sigma\geq 0.22$，作显著性水平为5%的假设检验.（其中，标准正态分布的2.5%与5%上侧分位数分别为1.96与1.65，自由度为11的 t 分布的2.5%与5%上侧分位数分别为2.201与1.796，自由度为11的 χ^2 分布的95%与90%上侧分位数分别为4.575与5.578.）