

中山大学

二 00 九年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码: 611

科目名称: 一元微积分

考试时间: 1 月 11 日 上 午

考 生 须 知

全部答案一律写在答题纸上, 答
在试题纸上的不得分! 请用蓝、黑
色墨水笔或圆珠笔作答。答题要写
清题号, 不必抄题。

(一) 填空题 (每题 5 分, 共 40 分) 请将答案写在答题纸上, 并标明题号。

- (1) $y = \arcsin \frac{2x-1}{3}$ 值域为 ()
- (2) $y = \frac{\sin x}{x}$ 的导数为 ()
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n}(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = ()$
- (4) $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n+1})^n = ()$
- (5) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$ 的定义为 ()
- (6) $\int \sin^2 \frac{x}{2} dx = ()$
- (7) $y = x^2 \sin x$ 的微分为 ()
- (8) 函数 $y = 2x^3 - x^4$ 的极大值点为 ()

(二) 判断题 (正确的写 “T”, 错误的写 “F”。每小题 4 分, 共 24 分) 请将答案写在答题纸上, 并标明题号。

- (1) 收敛数列必有界. ()
- (2) $f(x)$ 在 x 处可微的充分必要条件是该函数在 x 处连续. ()
- (3) $|f(x)|$ 在 $[a, b]$ 上可积, 则 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上也可积. ()
- (4) 函数 $f(x) = |x|$ 在 $x = 0$ 处不可导. ()
- (5) 若函数 $f(x) = \frac{1}{x}$ 在区间 $(0, 1)$ 上一致连续. ()
- (6) 映射 f 和 g 的复合是有顺序的. ()

(三) 计算题 (每小题 11 分, 共 44 分)

- (1) 应用罗比塔法则求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \tan x}{x^3}$
- (2) 求 $\int \frac{\sqrt{1+x}}{x\sqrt{1-x}} dx$
- (3) 计算 $\int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{1+x^2} dx$

(4) 抛物线 $y^2 = 2x$ 把圆 $x^2 + y^2 = 8$ 分为两部分, 求这两部分面积的比.

(四)(16 分) 作出函数 $y = \frac{(x-1)^2}{3(x+1)}$ 的图象.

(五) 证明题 (第 1 题 11 分, 第 2 题 15 分, 共 26 分)

(1) 若函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上连续, 试证明它一定能取到最大值 $M = \max\{f(x)|x \in [a, b]\}$ 和最小值 $m = \min\{f(x)|x \in [a, b]\}$ 之间的任何一个值.

(2) 设函数 $f(x)$ 在区间 I 上可导, 则 $f(x)$ 在 I 上单调增加的充分必要条件是: 对于任意 $x \in I$ 有 $f'(x) \geq 0$.