

中山大学

二〇一〇年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码: 874

科目名称: 高等代数

考试时间: 1 月 10 日 下午

考生须知

全部答案一律写在答题纸上, 答在试题纸上的不得分! 请用蓝、黑色墨水笔或圆珠笔作答。答题要写清题号, 不必抄题。

重要提示: 本试题分为高等代数、数据库两套题目, 请报考非信息工程方向考生选择“高等代数”作答, 报考信息工程方向考生选择“数据库”作答(选错题目者, 不予计分, 所造成的后果由考生自行负责)。请在答题纸上注明试题名称, 例如: 选择“高等代数”者, 首先在答题纸上写: 高等代数, 再另起一行作答

高等代数试题

一 填空题 (每小题 10 分. 只写答案, 不写计算过程.) 请把答案按顺序写在答题纸上

1. 设 $U = \{A \in M_2(F) : a_{11} + a_{12} = 0\}$, $V = \{A \in M_2(F) : a_{11} + a_{21} = 0\}$, 则 $U + V$ 的维数等于_____。($M_2(F)$ 表示数域 F 上所有 2 阶方阵构成的 F 上线性空间.)

2. 设 $e_1 = (1, 0, 2), e_2 = (1, 2, 1), e_3 = (0, 2, 1) \in R^3$, (f_1, f_2, f_3) 与 (e_1, e_2, e_3) 互为对偶基, 则对于 $x = (x_1, x_2, x_3) \in R^3$, 有 $f_1(x) = \underline{\hspace{2cm}}$, $f_2(x) = \underline{\hspace{2cm}}$, $f_3(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 设 $A = (a_{ij})_{n \times n}$ 的所有对角元都等于 2, 当 $|i - j| = 1$ 时, $a_{ij} = -1$, 其他元都是 0, 则 A 的行列式 $\det A$ 等于_____.

4. 设 $f(x)$ 是数域 F 上的 n 次多项式, 令 $(f) = \{g(x) : g \in F[x], f | g\}$, 则商空间 $F[x]/(f)$ 的维数等于_____.

5. 已知线性变换 $\sigma : R^3 \rightarrow R^3$, $\sigma(x, y, z) = (x + 2y + 2z, 2x + y + 2z, 2x + 2y + z)$, 则 σ 的特征值为_____, 对应的特征向量为_____.

6. 设 $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 8 \\ 3 & -1 & 6 \\ -2 & 0 & -5 \end{pmatrix}$, 则 A 的若当标准形为_____.

7. 实二次型 $q(x_1, x_2, x_3) = 2x_1x_2 - 6x_2x_3 + 2x_1x_3$ 的符号差等于_____.

8. 设 $f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 - 4x - 2$, $g(x) = x^4 + x^3 - x^2 - 2x - 2$, 则它们的首一最大公因式 $(f, g) =$ _____.

9. 设 $x = (1, 2, 2, 3)$, $y = (3, 1, 5, 1) \in R^4$, 则 x 与 y 的夹角 $\angle(x, y) =$ _____.

10. 设 $W = \{(x, y, z) : x + y - 2z = 0\} \subseteq R^3$, 则 W 的正交补 $W^\perp =$ _____.

二 证明题 (每小题 10 分. 写出详细步骤.)

1. 设 A 为数域 F 上 $m \times n$ 矩阵, 定义 $L_A : F^n \rightarrow F^m$, $x \mapsto Ax$. 证明: L_A 是单射当且仅当 A 的列向量组线性无关; L_A 是满射当且仅当 A 的行向量组线性无关.

2. 设 $f(x), g(x)$ 是数域 F 上的多项式, $m(x) = [f, g]$ 是它们的首一最小公倍式, σ 是 F 上线性空间 V 的一个线性变换. 证明: $\ker f(\sigma) + \ker g(\sigma) = \ker m(\sigma)$.

3. 设 σ 是复线性空间 V 的一个线性变换. 证明: σ 相似于对角矩阵当且仅当对任意 σ 子空间 U 都有 σ 子空间 U' 使得 $V = U \oplus U'$.

4. 设 A, B 为 n 阶实对称矩阵, 且 B 是正定矩阵. 证明: 存在实可逆矩阵 C 使得 $C^T A C$ 和 $C^T B C$ 都是实对角矩阵. (C^T 表示 C 的转置)

5. 设 σ 是 n 维欧氏空间 V 的一个正规变换, 且满足条件: $\sigma^2 + id_V = 0$. 证明: 对任意 $x \in V$, 有 $|x| = |\sigma(x)| = |\sigma^*(x)|$. (σ^* 表示 σ 的伴随变换, $|x|$ 表示 x 的长度.)

数据库试题

一 判断题 (判断以下命题的对错, 本题共 10 分, 答对每题 1 分, 答错倒扣 1 分, 扣完为止. 不答不给分)

1 在保持无损连接性和函数依赖的前提下, 任何 1NF 必定可以通过模式分解达到 3NF

2 一个关系模式只能有唯一的候选码, 但可以有很多主码

3 函数依赖是多值依赖的一种特殊情况, 即由 $X \rightarrow Y$, 必然有 $X \twoheadrightarrow Y$

4 若属性集 Y 是 X 的子集, 则 $X \rightarrow Y$

5 若一个关系模式达到了 3NF, 则一定不会发生插入异常、删除异常数据冗余现象

6 任何一个二目关系 (即只包含 2 个列) 必然属于 BCNF

7 若 $BC \rightarrow A$, 则 $B \rightarrow A$ 且 $C \rightarrow A$

8 冲突可串行化调度一定是可串行化调度

9 两阶段封锁是指, 当对一个数据库元素 A 加锁后, 在给 A 解锁前, 事务不能再给其它的数据库元素加锁

10 当构造 redo 日志的时候, 我们只需要在日志中保存事务所作改变的旧值 (前映) 而非新值

二 按要求写出 SQL 语句和关系代数表达式 (共 40 分, 1-5 题每题 4 分, 6-15 题每题 2 分)

公司员工表 emp 表结构如下

EMPNO	NUMBER(4)	员工号
ENAME	VARCHAR2(10)	员工姓名
JOB	VARCHAR2(9)	员工工种
MGR	NUMBER(4)	上司的员工号
HIREDATE	DATE	受雇日期
SAL	NUMBER(7,2)	工资
COMM	NUMBER(7,2)	销售人员的提成
DEPTNO	NUMBER(2)	所属部门编号 (外键依赖于 dept 表的主键)

emp 表的数据如下

SQL> select * from emp;

EMPNO	ENAME	JOB	MGR	HIREDATE	SAL	COMM	DEPTNO
7369	SMITH	CLERK	7902	17-12月-80	800		20
7499	ALLEN	SALESMAN	7698	20-2月-81	1600	300	30
7521	WARD	SALESMAN	7698	22-2月-81	1250	500	30
7566	JONES	MANAGER	7839	02-4月-81	2975		20
7654	MARTIN	SALESMAN	7698	28-9月-81	1250	1400	30
7698	BLAKE	MANAGER	7839	01-5月-81	2850		30
7782	CLARK	MANAGER	7839	09-6月-81	2450		10
7839	KING	PRESIDENT		17-11月-81	5000		10
7844	TURNER	SALESMAN	7698	08-9月-81	1500	0	30
7900	JAMES	CLERK	7698	03-12月-81	950		30
7902	FORD	ANALYST	7566	03-12月-81	3000		20
7934	MILLER	CLERK	7782	23-1月-82	1300		10

公司部门表 dept 表结构如下

DEPTNO	NUMBER(2)	部门编号 (主键)
DNAME	VARCHAR2(14)	部门名称
LOC	VARCHAR2(13)	部门所在城市

Dept 表的数据如下

SQL> select * from dept;

DEPTNO	DNAME	LOC
10	ACCOUNTING	NEW YORK
20	RESEARCH	DALLAS
30	SALES	CHICAGO
40	OPERATIONS	BOSTON

用 SQL 语句写出以下查询

- 1 列出 SALES 部门的平均总收入 (工资+提成)
- 2 列出工资比上司工资高的员工姓名
- 3 列出人数最多的部门名称 (注意可能不止一个部门)
- 4 求在 CHICAGO 工作的员工人数
- 5 求目前还没有员工的部门名称

1
2
3
4
5
A
B
C
D
1
2

试用关系代数表达式写出以下查询

- 6 列出工资超过 2000 的员工姓名及其工资
- 7 列出 Jones 所在的部门名称
- 8 列出工资要比 Jones 高的员工姓名
- 9 列出员工的姓名及其上司的姓名 (要求包括没有上司的 King, 其上司显示为空值)

将以下 sql 语句改写为关系表达式

- 10 `select ename from emp,dept where loc='New York';`
- 11 `(select empno,ename from emp where deptno=10) union (select empno,ename from emp where sal>2000);`

将以下关系表达式改写为 sql 语句

- 12 $\pi_{empno, ename}(\sigma_{deptno=10}(emp))$
- 13 $\sigma_{job='analyst'}(emp) \cup \sigma_{sal>1500}(emp)$

把以下 SQL 语句改写为关系代数表达式

- 14 `select ename from emp where sal>1500 and deptno=10;`
- 15 `select ename from emp,dept where emp.deptno=dept.deptno and loc='DALLAS';`

三 证明 3NF 是 2NF 的真子集 (20 分)

四 证明: 如果 F 中涉及的属性都是 E1 中的属性, 则 $\sigma_F(E1 \times E2) = \sigma_F(E1) \times E2$ (10 分)

五 证明以下结论 (20 分)

- 1-利用 Armstrong 公理证明合并规则: 若 $X \rightarrow Y, X \rightarrow Z$, 则 $X \rightarrow YZ$
- 2 关于多值依赖, 证明联合规则: 若 $X \twoheadrightarrow Y, X \twoheadrightarrow Z$, 则 $X \twoheadrightarrow (Y \cup Z)$

六 画出以下关于 3 个事务的调度的优先图, 判断其是否冲突可串行化调度 (10 分)

$r_1(A); r_2(A); r_3(B); w_1(A); r_2(C); r_2(B); w_2(B); w_1(C);$

七 以下为两个事务 T 和 U 的一系列日志记录 (20 分)

`<START T>; <T, A, 10>; <START U>; <U, B, 20>;
<T, C, 30>; <U, D, 40>; <commit U>; <T, E, 50>; <COMMIT T>`

- 1 如果上述日志是 undo 日志, 假设发生故障且出现在磁盘上的最后一条日志记录为 `<U, D, 40>`, 描述恢复管理器的行为, 包括对磁盘和日志所做的改变。
- 2 如果上述日志是 redo 日志, 假设发生故障且出现在磁盘上的最后一条日志记录为 `<U, D, 40>`, 描述恢复管理器的行为, 包括对磁盘和日志所做的改变。

八 一银行帐户系统, 语义要求如下 (20 分)

- A 一个用户可以拥有多个帐户
 - B 每个用户, 记录身份证号, 姓名, 地址, 电话
 - C 每个帐户, 记录帐户号, 帐户类型 (例如人民币, 外币等), 开户和销户时间
 - D 记录每个帐户的交易明细情况, 包括明细号, 发生时间, 金额, 原由, 备注等
- 1 画出 ER 图, 要求注明联系的类型 (1:n, m:n...等)
 - 2 根据 ER 图进行表设计, 要求指出设计过程中所引用的转换规则而不能只列出结果