



(2) 方程组有非零解, 在有非零解时, 求此方程组的一个基础解系。(20分)

六、设矩阵  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -1 & 4 & -3 \\ 1 & a & 5 \end{pmatrix}$  的特征方程有一个二重根, 求  $a$  的值, 并讨论  $A$  是否可相似对角化。(20分)

七、设  $W_1$  和  $W_2$  都是数域  $F$  上向量空间  $V$  的子空间, 其中  $W_1 \subseteq W_2$ , 如果  $W \cap W_1 = W \cap W_2$ ,  $W + W_1 = W + W_2$ , 证明:  $W_1 = W_2$ 。(20分)

八、设  $\sigma$  为数域  $F$  上  $n$  维向量空间  $V$  的一个线性变换, 且  $\sigma^2 = I$ ,  $I$  是单位变换, 证明:

(1)  $\sigma$  的特征根只能是  $\pm 1$ ;

(2)  $V = V_1 \oplus V_{-1}$ , 其中  $V_1$  是  $\sigma$  的属于特征值 1 的特征子空间,  $V_{-1}$  是  $\sigma$  的属于特征值 -1 的特征子空间。(20分)

九、设  $A$  为正定矩阵,  $B$  为实对称矩阵, 证明: 存在可逆矩阵  $Q$ , 使

$Q^T A Q = I$ ,  $Q^T B Q$  为对角矩阵 ( $I$  为单位矩阵) (10分)