

湖南师范大学二〇〇四年攻读硕士学位 研究生入学考试试题

学科、专业：理论物理、凝聚态物理、光学
天体物理、计算机软件与理论
考试科目：量子力学（150分）

一、填空题（每空2分，共40分）

1. 黑体辐射的困难是由_____在1900年引进了_____假设后才得到解决。
2. _____引进了_____假说，成功地解释了光电效应。
3. 普朗克的理论突破了经典物理学在微观领域内的束缚，打开了认识光的_____性的途径，而第一个完全肯定光的微粒性的是_____，_____效应进一步证实了光具有粒子性。
4. 1927年戴维孙与革末所做的_____实验证明了德布罗意波的存在
5. 在任意态 $\psi(\alpha) = \sum_n c_n \varphi_n(\alpha)$ 中， $F \varphi_n = \lambda_n \varphi_n$ ，力学量 F 没有确定值，可能值是_____，相应的几率是_____。
6. 在两个算符的_____态中，对应的力学量同时有确定值。
7. 两个互不对易的算符： $[F, G] = i\hbar$ ，则力学量 F 和 G 不能同时具有_____，它们的均方差满足测不准关系_____。
8. 同一个量子态可以在不同的表象中用波函数来描写，所取的表象不同，波函数的_____不同，但它们描述_____。态的具体表示方式称为_____。
9. 费米子组成的全同粒子体系的波函数是_____的，它们服从_____统计；玻色子组成的全同粒子体系的波函数是_____的，它们服从_____统计。

二、(25分) 一粒子在一维势场

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0 \\ 0, & 0 \leq x \leq a \\ \infty, & x > a \end{cases}$$

中运动, 求粒子的能级和对应的波函数。

三、(25分) 设质量为 m 的粒子在势场 $V(\mathbf{r})$ 中运动, 其波函数为 $\psi(\mathbf{r})$,

(1) 证明其能量平均值为

$$E = \int d^3x W = \int d^3x \left[\frac{\hbar^2}{2m} \nabla\psi^* \cdot \nabla\psi + \psi^* V \psi \right], \quad W \text{ 称为能量密度};$$

(2) 证明能量守恒公式: $\frac{\partial W}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{S} = 0$, 其中 $\vec{S} = -\frac{\hbar}{2im} (\psi^* \nabla\psi - \psi \nabla\psi^*)$ 。

四、(20分) 设体系处于态 $\psi = c_1 Y_{00} + c_2 Y_{22}$, 且 $|c_1|^2 + |c_2|^2 = 1$, 求

- (1) L_z 的可能测量值及平均值;
- (2) L^2 的可能测量值及相应的几率;
- (3) L_x 及 L_y 的可能测量值。

五、(15分) 已知自旋算符 $S_x = \frac{\hbar}{2} \sigma_x$, $S_y = \frac{\hbar}{2} \sigma_y$, 在自旋态 $\chi_{\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ 下, 求涨落 $(\Delta S_x)^2$ 和 $(\Delta S_y)^2$ 。

六、(25分) 设非谐振子的 Hamiltonian 量为

$$H = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2} \mu \omega_0^2 x^2 + \beta x^3, \quad (\beta \text{ 为常数})$$

$$\text{取 } H_0 = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2} \mu \omega_0^2 x^2,$$

$$H' = \beta x^3,$$

试用微扰论计算其能量及能量本征函数。

(提示: 坐标算符 x 可用产生、湮灭算符表示为:

$$x = \frac{1}{\sqrt{2\mu}} (\hat{a} + \hat{a}^\dagger), \quad \text{其中 } \alpha = \left(\frac{\mu\omega}{\hbar}\right)^{\frac{1}{2}})$$