

2006年硕士研究生招生考试全国统考 专业课试题册

专业课代码: 349

专业课名称: 量子力学

1. 答案必须写在答题纸上, 写在试题册、草稿纸上无效。
2. 答题时必须使用蓝(黑)色字迹钢笔、圆珠笔或签字笔书写, 字迹要工整、清楚, 不得使用涂改液。

一、(20 分) 指出下列实验中, 哪些实验表明了辐场的粒子性? 哪些实验主要证明能量交换的量子性? 哪些实验主要表明物质粒子的波动性? 简述理由。(1) 光电效应; (2) 黑体辐射谱; (3) Franck-Hertz 实验; (4) Davisson-Germer 实验 (电子在晶体中发生衍射); Compton 实验。

二、(15 分) 写出量子力学的基本假设。

三、(10 分) 简述并定性解释斯塔克效应和塞曼效应。

四、(10 分) 对厄米算符 \hat{A} 和 \hat{B} , 求算符 $\hat{F} = (\hat{A} + i\hat{B})^2$ 的厄米性条件。

五、(20 分) 设粒子处于一维无限深方阱中, $V(x) = \begin{cases} 0, & |x| < a \\ \infty, & |x| \geq a \end{cases}$, 求粒子的能级 E_n 和归一化波函数 $\psi_n(x)$ 。

六、(25 分) 设一维运动的粒子处于状态 $\psi(x) = \begin{cases} Axe^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$,

其中 $\lambda > 0$, A 为待求的归一化常数, 求:

- (1) 粒子坐标的概率分布函数; (2) 粒子坐标的平均值 \bar{x} 和粒子坐标平方的平均值 $\overline{x^2}$;
- (3) 粒子动量的概率分布函数; (4) 粒子动量的平均值 \bar{p} 和粒子动量平方的平均值 $\overline{p^2}$;
- (5) 验证测不准关系 $\Delta x^2 \Delta p^2 \geq \frac{\hbar^2}{4}$. (提示: $\int_0^\infty x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$.)

七、(25 分) 已知 Pauli 算符的矩阵表示为 $\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$,

$\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, 给定 (θ, φ) 方向单位向量 $\vec{n} = (n_x, n_y, n_z) = (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta)$,

求: (1) $\sigma_n = \vec{\sigma} \cdot \vec{n}$ 的本征值和本征函数 (取 σ_z 表象);

(2) 对于电子自旋态 $\chi_{1/2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, 求 σ_n 的可能值及相应的概率。

八、(25 分) 质量为 m 、角频率为 ω 的谐振子的势为 $V^{(0)} = \frac{1}{2} kx^2$, $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, 一个小的微扰项 $V^{(1)} = \frac{\delta k}{2} x^2$ 加在 $V^{(0)}$ 上。(1) 求基态能量的一阶和二阶修正; (2) 与能量的精确解进行比较, 讨论在什么条件下微扰理论提供了好的近似。

(提示: 坐标算符可用产生和湮灭算符表示为: $x = \left(\frac{\hbar}{2m\omega}\right)^{1/2} (a + a^\dagger)$.)