

国防科技大学研究生院 1996 年硕士生入学考试

数据结构 离散数学试题(离散数学部分)

注意: 1. 统考生做一、二、三、四、五、八、九、十、十一、十二

2. 单独考生做一、二、三、六、七、八、九、十、十一、十二、十三

3. 答案只能写在答题纸上

八. (每小题 5 分, 共 15 分)

i) 求合式公式 $(P \leftrightarrow Q) \wedge (P \vee Q \rightarrow P \wedge Q)$ 的主范式。

ii) 试判断合式 $\forall x \exists y R(x, y) \rightarrow \exists x \forall y \neg R(x, y)$ 是否矛盾(永假)式, 并证明你的结论。

iii) 用自然演绎方法证明 $\exists x Q(x) \vdash \forall y \exists x (P(y) \rightarrow Q(x))$

九 (6 分)

设 R 为集合 A 上一个非空二元关系, 若 $R^{-1} \subseteq R$ 且 $R^2 \subseteq R$, 则 R 是对称的和传递的, 且有 $I_A \cap R \neq \Phi$ (I_A 为 A 上的恒等关系)。并说明 R 不一定是等价关系。

十 (6 分)

设 Z 和 D 都是集合, 若 $f: Z \rightarrow D$ 为满射, 则 $R = \{\langle x, x' \rangle \in Z^2 \mid f(x') = f(x)\}$ 为 Z 上

一个等价关系且 $Z/R = \{f^{-1}[\{y\}] \mid y \in D\}$ 。

十一 (10 分)

今有六人 a_1, a_2, \dots, a_6 要去五个单位 A_1, A_2, \dots, A_5 检查工作, 为使检查工作公正可靠, 特作如下规定: 1、每个单位去二人; 2、每个人都不得去有关系的单位检查工作。已知六个人和这五个单位有关系的如下:

a_2, a_3, a_5, a_6 与 A_1 有关系 a_5, a_6 与 A_2 有关系 a_1, a_2, a_5, a_6 与 A_3 有关系

a_1, a_2, a_4, a_6 与 A_4 有关系 a_1, a_2, a_3 与 A_5 有关系

问检查工作应如何安排?

十二 (13 分) (统考生做, 单独考生不做)

设 H 为群 G 的一个子集, 若令 $N_G(H) = \{x \in G \mid x^{-1}Hx = H\}$, 则

i) $N_G(H)$ 为 G 的子群; ii) $N_G(H) = G$ 当且仅当 H 为 G 的正规子群。

十三 (13 分) (单独考生做, 统考生不做)

对集合 A 上的二元运算 $*$, 可重新定义一个二元运算 \oplus 如下:

$$a \oplus b = b * a \quad a, b \in A$$

试证明:

i) 若 $R = \langle R, +, *, 0 \rangle$ 为环, 则 $R^{op} = \langle R, +, \oplus, 0 \rangle$ 也是环。

ii) 若 f 为从环 R_1 到环 R_2 的环同态, 则 f 也是从环 R_1^{op} 到 R_2^{op} 的环同态。