

国防科技大学研究生院 1997 年硕士生入学考试

软件基础试题（离散数学部分）

- 注：1. 统考生做一、1, 2, 3, 4; 二、1, 2, 3; 三、1, 2, 3, 5
2. 单独考生做一、1, 2, 3, 5; 二、1, 2, 4; 三、1, 2, 3, 4
3. 答案写在统一配发的答题纸上

三、离散数学部分 (30 分)

1° (每小题 2 分, 共 6 分)

- 何为二部图 G 的完美匹配?
- 何谓加权无向图 G 的最小生成树?
- 若 R 为集合 A 上的二元关系, 则 $\text{tsr}(R)$, $\text{trs}(R)$, $\text{str}(R)$ 和 $\text{rts}(R)$ 中哪些一定是 A 上的等价关系?

2° (6 分) 试求合式公式 $((P \vee Q \Rightarrow R) \rightarrow (Q \Rightarrow P \wedge R))$ 的主范式。

3° (10 分) 设 $\langle G, \circ, e \rangle$ 为群且 $*$ 为非空集合 A 上的二元运算。如果函数 $f: G \rightarrow A$ 满足:

若 $x, y \in G$, 则 $f(x \circ y) = f(x) * f(y)$

试证明: $f(G) = \{ f(x) \mid x \in G \}$ 关于二元运算 $*$ 构成一个群。

4° (8 分) (单独考生做, 统考生不做) 试判断下列合式公式是否永真式并证明你的结论 (每小题 10 分):

i) $(\exists x P(x) \rightarrow \exists x Q(x)) \rightarrow \forall x (P(x) \rightarrow Q(x));$

ii) $\forall x \exists y (P(x) \wedge Q(y)) \rightarrow \exists y \forall x (P(x) \wedge Q(y));$

其中 P 和 Q 为一元谓词。

5° (8 分) (统考生做, 单独考生不做) 试用自然演绎方法证明 (每小题 4 分):

i) $\vdash (A \wedge C) \vee (B \wedge C) \rightarrow (A \vee B) \wedge C;$

ii) $\vdash \exists x \forall y A(x, y) \rightarrow \forall y \exists x A(x, y)$