

国防科技大学研究生院 1998 年硕士生入学考试

软件基础试题(离散数学部分)

注: 1. 不用抄题, 答案必须写在统一配发的答题纸上

2. 单独考生做一、1,2,3,5; 二、1,2,3,4,5,6,8; 三、1°,3°,4°,5°,6°

3. 统考生做一、1,2,3,4; 二、1,2,3,4,5,6,7; 三、1°,2°,4°,5°,6°

三、离散数学部分(30 分)

1°(4 分) 设 A 为集合且 n 为正整数。若函数 $f: A \rightarrow A$ 使 $f^n = I_A$, 则 f 为内射。

2°(8 分) (统考生做, 单独考生不做) 设集合

$Z \neq \Phi$ 且 $A = \{f \mid f: Z \rightarrow Z\}$, $R = \{\langle f, g \rangle \mid f, g \in A \text{ 且 } f(Z) = g(Z)\}$.

i) 证明 R 为 A 上的一个等价关系;(4 分)

ii) 若对 Z 的每个非空子集 S 皆令 $[S] = \{f \in A \mid f(Z) = S\}$,

证明: $A/R = \{[S] \mid S \subseteq Z \text{ 且 } S \neq \Phi\}$, (4 分)

3°(8 分)(统考生不做, 单独考生做) 设 Z, D 为集合, f 和 g 都是从 Z 到 D 的函数且

$A = \{x \in Z \mid f(x) = g(x)\}$.

i) 若定义函数 $i: A \rightarrow Z$ 如下:

$i(a) = a, a \in A$

证: $f \circ i = g \circ i$. (4 分)

ii) $B \subseteq Z$ 且函数 $j: B \rightarrow Z$ 如下:

$j(b) = b, b \in B$

证: 若 $f \circ j = g \circ j$, 则 $B \subseteq A$. (4 分)

4°(7 分) 试判断下列合式公式是否为可满足的, 并证明你的结论:

i) $\exists x Q(x) \wedge \exists x \neg Q(x)$; (4 分)

ii) $\exists x \forall y P(x, y) \wedge \exists y \forall x \neg P(x, y)$; (3 分)

其中 P 为二元谓词, Q 为一元谓词。

5°(5 分) 试求叶的权分别为 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 的最优叶加权二叉树, 及其叶加权路径长度。

6°(6 分) 设 $\langle G, * \rangle$ 为交换群。若 $H = \{a \in G \mid a \text{ 的周期是有限的}\}$, 证明 H 是 $\langle G, * \rangle$ 的不变子群。