kaoyan.com 考研加油站

中南大学

2003 年研究生入学考试试题

考试科目：数学分析

一、(共 27 分，每小题 9 分) 求下列极限

(1) $\lim\limits_{n\to+\infty}(\sqrt{n+\sqrt{n}}-\sqrt{n})$；

(2) $\lim\limits_{x\to0}[3^x+\int_0^{2x}(\cos t)^2dt]^{\frac{1}{x}}$；

(3) 设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上可积，且 $\int_0^1 f(x)dx=1$，求 $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{n}f(\frac{2k-1}{2n})$。

二、(共 24 分，每小题 12 分) 设函数 $f(x)$ 在 $[a,+\infty)$ 上连续,

(1) 证明：若 $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ 存在，则 $f(x)$ 在 $[a,+\infty)$ 上一致连续;

(2) 上述逆命题是否成立？(请给出证明或举出反例)。

三、(共 27 分，每小题 9 分) 设 $f(x,y)=\begin{cases}(x^2+y^2)\sin\dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}, & x^2+y^2\neq0,\\ 0, & x^2+y^2=0.\end{cases}$

(1) 求偏导数 f_x' 和 f_y'；

(2) 讨论函数 f_x' 和 f_y' 在原点 $(0,0)$ 的连续性;

(3) 讨论 $f(x,y)$ 在原点 $(0,0)$ 的可微性。

四、(共 30 分，每小题 15 分)

(1) 求 $f(x)=\ln(2+x^2)$ 在 $x=0$ 处的幂级数展开式及其收敛半径;

(2) 计算三重积分 $I=\iiint\limits_V(x^2+y^2)dxdydz$，其中 V 是由曲面 $x^2+y^2=z$ 与平面 $z=4$ 所围的区域。

五、(12 分) 计算下列曲面积分

$$I=\iint\limits_S x^3dydz+y^3dzdx+z^3dxdy,$$

其中，$S:x^2+y^2+z^2=a^2$，积分是沿曲面 S 的外侧。

六、(共 15 分，每题 5 分) 设

$$I=\int_0^{+\infty}\frac{\sin x^q}{x^p}dx \qquad (q>0)$$

您所下载的资料来源于 kaoyan.com 考研资料下载中心
获取更多考研资料，请访问 http://download.kaoyan.com

kaoyan.com
考研加油站

（1） 求I关于p的收敛性；

（2）在上述收敛域中I是否一致收敛？

（3）讨论I的条件收敛性和绝对收敛性。

七、（共8分，每题4分）设$a_n>0$，$\sum_{n=1}^{\infty}a_n$发散，记$s_n=a_1+\cdots+a_n$，

证明：（1）$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{s_n}$发散；　　（2）$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{s_n^2}$收敛。

八、（8分）设定义于$(-\infty,+\infty)$的实值函数$f(x)$在$x=0$右连续，且对任何实数x,y，都满足

$$f(x+y)=f(x)+f(y)$$

证明：$f(x)=ax$　　（a为常数）

您所下载的资料来源于 kaoyan.com 考研资料下载中心
获取更多考研资料，请访问 http://download.kaoyan.com