

中南大学 2004 年数学类硕士研究生复试综合课试题

一、 (15 分) 在三维实数空间中, 求平面: $2x + y + 2z - 4 = 0$ 与三个坐标面所围成的四面体体积。

二、 (15 分) 选取适当的坐标系, 求到一定点和一定平面距离之比等于常数的点的轨迹方程。

三、 1、 (10 分) 复变函数 $f(z) = 2x^3 + 3y^3i$ 何处可导? 何处解析?

2、 (15 分) 下列两个积分的值是否相等? 积分 2) 的值能否利用闭路变形原理从 1) 的值得到? 为什么?

$$1) \int_{|z|=2} \frac{\bar{z}}{z} dz;$$

$$2) \int_{|z|=4} \frac{\bar{z}}{z} dz .$$

四、 (20 分) 试研究当 μ 取何值时方程

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \mu x - y, \\ \frac{dy}{dt} = \mu y - z, \\ \frac{dz}{dt} = \mu z - x, \end{cases}$$

的零解稳定、不稳定和渐近稳定。

五、 1、 (15 分)

- (1) 求包含事件 A, B 的最小 σ -域;
- (2) 证明 Ω 的一切子集组成的集类是一个 σ -域;
- (3) 证明 σ -域之交仍为 σ -域;

2、 (10 分) 若 ξ 服从普阿松分布, 参数为 λ , 试求

$$(1) \eta = a\xi + b ; \quad (2) \eta = \xi^2$$

的分布。