

中南大学 2007年硕士研究生入学考试试题

41309

考试科目代码及名称: 409 量子力学

- 注意: 1、所有答案(含选择题、填空题、判断题、作图题等)一律答在专用答题纸上, 写在试题纸上或其他地点一律不给分。
 2、作图题可以在原试题图上作答, 然后将“图”撕下来贴在答题纸上相应位置。
 3、考试时限: 3 小时; 总分: 150 分。

考生编号(考生填写)	1	0	5	3	3	7	1	4	0	9	5	0	3	9	9
------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

量子力学考题(研 2007)

一、选择题(每题 5 分)

1. 以下说法正确的是哪一种?

- (A) “电子是粒子, 又是波”; (B) “电子不是粒子, 又不是波”;
 (C) “电子是粒子, 不是波”; (D) “以上说法都不确切”。

2. 根据所给出的算符作用结果, 判断哪一个是线性算符?

- (A) $\hat{A}u = \lambda u$, λ 为常数; (B) $\hat{B}u = u^2$;
 (C) $\hat{C}u = u^*$; (D) $\hat{D}u = \frac{1}{u}$ 。

3. 对系统的力学量 A 进行测量, 其结果一定是表示该力学量的厄米算符 \hat{A} 的本征值之一, 测量得到某一本征值的概率为(假设本征值为离散谱)

- (A) $\frac{1}{n}$, 其中 n 所有本征值的个数; (B) $c_i = (\phi_i, \psi)$;
 (C) $|c_i|^2 = |(\phi_i, \psi)|^2$; (D) $\bar{a} = (\psi, \hat{A}\psi)$ 。

4. 力学量 F 和 G 所对应的算符为 \hat{F} 和 \hat{G} , 则它们具有共同本征函数的条件为

- (A) \hat{F} 和 \hat{G} 的和为单位算符;
 (B) \hat{F} 和 \hat{G} 对易;
 (C) \hat{F} 和 \hat{G} 的差为单位算符;
 (D) \hat{F} 和 \hat{G} 相等。

5. 全同粒子的波函数要求:

(A) 对玻色子体系要用反对称的波函数描述;

(B) 对费米子体系要用对称的波函数描述;

(C) 对玻色子体系要用对称的波函数描述, 对费米子体系要用反对称的波函数描述;

(D) 对玻色子体系要用反对称的波函数描述, 对费米子体系要用对称的波函数描述。

二、填空题 (每题 5 分)

1. 一维自由粒子 $\hat{H} = \hat{p}^2/2m$, 属于能量本征值 E 的能量本征函数为 _____。

2. 一维量子谐振子的能量本征值为 _____。

3. 在定态无简并的微扰理论中, 能量的一级修正为 _____, 二级修正为 _____。

4. 引入两个辅助算符 $\hat{l}_{\pm} = \hat{l}_x \pm i\hat{l}_y$, 则 $[\hat{l}_+, \hat{l}_-] =$ $2\hbar l_z$ 。

5. 两个处在不同能量本征态上的全同粒子的对称波函数为 _____。

三、计算题 (每题 20 分)

1. 求一维无限深势阱中的粒子处于第一激发态时概率最大值的位置。

2. 一维运动的粒子处在

$$\psi(x) = \begin{cases} Axe^{-\lambda x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

的状态, 其中 $\lambda > 0$, 求:

(1) 粒子动量概率分布函数;

(2) 粒子动量平均值。

附积分公式:

$$\int_0^{\infty} xe^{-ax} dx = \frac{1}{a^2}, \quad \int_0^{\infty} x^2 e^{-ax} dx = \frac{2!}{a^3}$$

3. 设已知在 L^2 和 L_z 的共同表象中, 算符 \hat{L}_x 和 \hat{L}_y 的矩阵分别为

$$\hat{L}_x = \frac{\sqrt{2}}{2} \hbar \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{L}_y = \frac{\sqrt{2}}{2} \hbar \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}$$

求它们的本征值和归一化的本征函数, 最后将矩阵 \hat{L}_x 和 \hat{L}_y 对角化。

4. 设哈密顿量在能量表象中为矩阵

$$\begin{pmatrix} E_1^0 + a & b \\ b & E_2^0 + a \end{pmatrix}$$

所表示, 其中 a 、 b 为实数, 求:

(1) 用微扰公式求能量至二级修正值;

(2) 直接求能量, 并和 (1) 所得结果比较。

5. 设有一个电荷为 e 的线性谐振子, 在 $t=0$ 时处于基态, $t>0$ 时处于弱电场

$$\vec{\mathcal{E}} = \mathcal{E}_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \mathbf{i}$$

中, \mathbf{i} 为 x 轴的单位矢量。求其处于激发态的概率。