

## 2009 年中南大学数学专业考研复试试题

1. (18 分) 求通过点  $M_0(3, -2, 1)$  且垂直相交于直线  $\frac{x-1}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{3}$  的标准式直线方程

2. (20 分) 求椭圆面  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} + z^2 = 1$  与平面  $x + 4z - 4 = 0$  的交线在  $xoy$  平面上投影

3. (10+10 分) 求下列方程(组)的解

(1)  $y'' + y' - 2y = 2x, y(0) = 0, y'(0) = 1$

(2) 
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x + y \\ \frac{dy}{dt} = 3x + 4y \end{cases}$$

4. (18 分) 设  $f(x, y)$  在区域  $R: 0 \leq x \leq a, |y| \leq b$  上连续,  $f(x, y)$  关于  $y$  是非减的且满足

$f(x, y) \geq 0$ , 当  $0 \leq x \leq a$  时, 试用逐次逼近法证明: 初值问题  $\frac{dy}{dx} = f(x, y), y(0) = 0$

的解在  $0 \leq x \leq h_0$  上存在, 其中  $h_0 = \min(a, \frac{b}{M}), M = \max_{(x,y) \in R} |f(x, y)|$

5. (18 分) 下列函数在何处可导? 在何处解析?

(1)  $f(z) = \bar{z}z^2$

(2)  $f(z) = xy^2 + ix^2y$

(3)  $f(z) = \sin xchy + i \cos xshy$

6. (20 分) 利用复变函数理论计算下列积分

(1)  $\oint_{|z|=2} \frac{z}{(9-z^2)(z+i)} dz$

(2)  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 - x + 2}{x^4 + 10x^2 + 9} dx$

7. (16 分) 将  $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$  表示成  $n$  个两两互不相容事件的和

8. (20 分) 在一个装有  $n$  只白球,  $n$  只黑球,  $n$  只红球的袋中, 任取  $m$  只球, 求白、黑、红球分别有  $m_1, m_2, m_3 (m_1 + m_2 + m_3 = m)$  只的概率