

## 湖北工学院

## 二 00 四年招收硕士学位研究生试卷

试卷代号 308 试卷名称 高等数学

- 1、试题内容不得超过画线范围，试题必须打印，图表清晰，标注准确
- 2、试题之间不留空格，版面不够时，请接背面，不另加纸

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	总分
得分													

一、填空题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分，答案写在答题纸上）

1. 已知  $f(x) = \begin{cases} \frac{\cos 2x - \cos 3x}{x^2}, & x \neq 0 \\ A, & x = 0 \end{cases}$  在  $x=0$  处连接，则

$A = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 方程  $\begin{cases} x = 3t^2 + 2t + 3 \\ e^y \sin t - y + 1 = 0 \end{cases}$  确定  $y$  为  $x$  的函数，则  $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=0} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 微分方程  $2y'' + y' - y = 0$  的通解为  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 幂级数  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n+1}}$  的收敛区间为  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。 kaoyan.com

5. 设  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ ，则  $(A^*)^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. 设  $n$  阶矩阵  $A$  的各行元素和均为零，且  $A$  的秩为  $n-1$ ，则线性方程组  $Ax = 0$  的通解为  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

二、选择题（本题共6小题，每小题4分，满分24分，在每小题给出的4个选项中，只有一项符合题要求，把所选项前的字母写在答题纸上）

1. 设函数  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  内有定义， $x_0 \neq 0$  是函数  $f(x)$  的极大值点，则有（ ）。

A.  $x_0$  必是  $f(x)$  的拐点      B.  $-x_0$  必是  $-f(-x)$  的极小值点

C.  $-x_0$  必是  $-f(x)$  的极小值点      D. 对一切  $x$  都有  $f(x) \leq f(x_0)$

2. 设  $f(x) = \int_0^x \sin^3 t \cdot dt$ ,  $g(x) = x^4 + x^5$ , 则当  $x \rightarrow 0$  时,  $f(x)$  是  $g(x)$  的（ ）。

A. 等价无穷小      B. 同阶非等价无穷小

C. 高阶无穷小      D. 低阶无穷小

3. 级数  $\sum (-1)^n \frac{n-3}{n^2}$  是（ ）级数。

A. 发散      B. 条件收敛      C. 绝对收敛      D. 不能确定

4. 下列广义积分中，收敛的是（ ）。

A.  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$       B.  $\int_0^1 \frac{dx}{(1-x)^2}$       C.  $\int_e^{+\infty} \frac{1}{xe_n x} dx$       D.  $\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x(\ln \sqrt{x})^2}$

5. 若向量组  $\alpha, \beta, \gamma$  线性无关,  $\alpha, \beta, \delta$  线性相关, 则（ ）。

A.  $\alpha$  必可由  $\beta, \gamma, \delta$  线性表示

B.  $\beta$  必不可由  $\alpha, \gamma, \delta$  线性表示

C.  $\delta$  必可由  $\alpha, \beta, \gamma$  线性表示

D.  $\delta$  必不可由  $\alpha, \beta, \gamma$  线性表示

6. 设  $A$  是  $m \times n$  矩阵,  $B$  是  $n \times m$  矩阵, 则线性方程组  $(AB)x = 0$  ( )。

A. 当  $n > m$  时仅有零解      B. 当  $n > m$  时必有非零解

C. 当  $m > n$  时仅有零解      D. 当  $m > n$  时必有非零解

## 湖北工学院二〇〇四年招收硕士学位研究生试卷

三、(本题满分 10 分)

若函数  $f(x)$  在  $a$  点可导, 且  $f(a) > 0$ , 求  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{f(a + \frac{1}{n})}{f(a)} \right]^n$ 。

四、(本题满分 12 分)

求函数  $y = |x|e^{-x}$  的拐点及凹凸区间。

五、(本题满分 10 分)

设  $f(x) = \int_0^x e^{-t^2+2t} dt$ , 求  $\int_0^1 (x-1)^2 f(x) dx$ 。

六、(本题满分 10 分)

设  $f(x)$  在  $[-1, 1]$  上可导, 且  $f(0) = 0, |f'(x)| \leq M$  ( $M$  为大于零的常数), 证明: 在  $[-1, 1]$  上有  $|f(x)| \leq M$ 。

七、(本题满分 10 分)

求两椭圆  $x^2 + \frac{y^2}{3} = 1$  和  $\frac{x^2}{3} + y^2 = 1$  所围公共部分的图形面积。

kaoyan.com

八、(本题满分 10 分)

有连接两点  $A(0,1), B(1,0)$  的一条曲线, 它位于弦  $AB$  的上方,  $P(x,y)$  为曲线上任意一点, 已知曲线与弦  $AP$  之间的面积为  $x^3$ , 求曲线的方程。

九、(本题满分 10 分)

设矩阵  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ , 矩阵  $X$  满足  $A^* X = A^{-1} + 2X$ ,

其中  $A^*$  是  $A$  的伴随阵, 求矩阵  $X$ 。

十、(本题满分 12 分)

问参数  $\lambda$  为何值时, 非齐次方程组 
$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 - x_3 = -1 \\ 3x_1 - x_2 + \lambda x_3 = -1 \end{cases}$$

有解? 有多少解? 并求出全部解。

十一、(本题满分 8 分)

设矩阵  $A = \begin{bmatrix} a & -1 & c \\ 5 & 6 & 3 \\ 1-c & 0 & -a \end{bmatrix}$ , 其行列式  $|A| = -1$ , 且  $A$  的伴

随矩阵  $A^*$  有一个特征值  $\lambda_0$  及属于  $\lambda_0$  的一个特征向量为

$\alpha = (-1, -1, 1)^T$ , 求  $a, b, c$  和  $\lambda_0$  的值。

十二、(本题满分 10 分)

设非齐次线性方程式组  $Ax = b$  的系数矩阵的秩为  $r$ ,

$\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_{n-r+1}$  是它的  $n-r+1$  个线性无关的解, 试证它的任一个解可以表示为

$x = k_1\eta_1 + k_2\eta_2 + \dots + k_{n-r+1}\eta_{n-r+1}$  (其中  $k_1 + k_2 + \dots + k_{n-r+1} = 1$ )