

1. 设 $f(x) = 3x^3 + x^2 \cdot |x|$, 则使 $f^{(n)}(0)$ 存在的最高阶数 n 为 ().

A.0 B.1 C.2 D.3

2. 设

$$f(x) = \int_0^x \ln(1+t^2) dt, \quad g(x) = \cos x - 1$$

则当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x)$ 是 $g(x)$ 的 ().

A. 等价无穷小 B. 高阶无穷小 C. 低阶无穷小 D. 同阶非等价的无穷小

3. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \sin \frac{1}{n}$ 是 () 级数.

A. 条件收敛 B. 发散 C. 绝对收敛 D. 不能确定

4. 设 $f(x)$ 的导数在 $x = a$ 处连续, 又 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{x-a} = -1$, 则 ().

A. $x = a$ 是 $f(x)$ 的极小值点

B. $x = a$ 是 $f(x)$ 的极大值点

C. $(a, f(a))$ 是曲线 $y = f(x)$ 的拐点

D. $x = a$ 不是 $f(x)$ 的极值点

5. n 维向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, 则下列向量组线性相关的是 ().

A. $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 + \alpha_1$

B. $\alpha_1, \alpha_1 + \alpha_2, \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$

C. $\alpha_1 - \alpha_2, \alpha_2 - \alpha_3, \alpha_3 - \alpha_1$

D. $\alpha_1 + \alpha_2, 2\alpha_2 + \alpha_3, 3\alpha_3 + \alpha_1$

6. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, B 是 3×4 阶矩阵, 且秩 $(B) = 2$, 则秩 $(AB) = ()$.

A.1

B.2

C.3

D.4

三、(本题满分 10 分) 您所下载的资料来源于 kaoyan.com 考研资料下载中心
获取更多考研资料, 请访问 <http://download.kaoyan.com>

设函数

$$f(x) = \begin{cases} x^m \cdot \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

其中 m 为自然数, 试讨论:

1. m 为何值时, $f(x)$ 在 $x=0$ 连续;
2. m 为何值时, $f(x)$ 在 $x=0$ 可导.

四、(本题满分 10 分)

确定 a, b, c 的值, 使下式成立

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a(x-1)^2 + b(x-1) + c - \sqrt{x^2 + 3}}{(x-1)^2} = 0$$

五、(本题满分 12 分)

设

$$f(x) = \begin{cases} x \cdot e^{-x}, & x < -1 \\ \frac{1}{5+x}, & -1 \leq x < 0 \\ \sqrt{\sin x - \sin^3 x}, & 0 \leq x < \pi \\ e^{-x}, & \pi \leq x \end{cases}$$

求 $\int_{-5}^5 f(x) dx$.

六、(本题满分 10 分)

若 $f(x)$ 在 (a, b) 内有二阶导数, 且 $f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$, 其中, $a < x_1 < x_2 < x_3 < b$, 证明: 在 (x_1, x_3) 内至少有一点 ξ , 使得 $f''(\xi) = 0$.

七、(本题满分 10 分)

求曲线 $y = 3 - |x^2 - 1|$ 与 x 轴围成的封闭图形面积及封闭图形绕 x 轴旋转所得的旋转体的体积.

八、(本题满分 10 分)

设函数 $y = y(x)$ 满足微分方程

您所下载的资料来源: <http://kaoyan.com> 考研资料下载中心
获取更多考研资料, 请访问 <http://download.kaoyan.com>

且其图形在点 $(0, 1)$ 处的切线与曲线 $y = x^2 - x + 1$ 在该点的切线重合, 求函数 $y = y(x)$.

九、(本题满分 10 分)

已知 A, B 为 3 阶矩阵, 且满足 $AB = B + E$.

1. 证明矩阵 $A - E$ 可逆;

2. 若 $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$, 求矩阵 A .

十、(本题满分 10 分)

a, b 取何值时, 下列线性方程组有解? 在有解时, 求它的全部解.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 - x_3 = a \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 = b \end{cases}$$

十一、(本题满分 10 分)

设 3 阶矩阵 A 的特征值为 $\lambda_1 = -1, \lambda_2 = 1, \lambda_3 = 2$, 对应的特征向量依次为

$$\xi_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \xi_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \xi_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

向量 $\beta = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$.

1. 将 β 用 ξ_1, ξ_2, ξ_3 线性表出;

2. 求 $A^n \beta$ (n 为自然数).

十二、(本题满分 10 分)

设 η^* 是非齐次线性方程组 $AX = b$ 的一个解, $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{n-r}$ 是对应的齐次方程组的一个基础解系, 证明:

1. $\eta^*, \xi_1, \dots, \xi_{n-r}$ 线性无关;

2. $\eta^*, \eta^* + \xi_1, \eta^* + \xi_2, \dots, \eta^* + \xi_{n-r}$ 线性无关.

您下载的资料来源于 kaoyan.com 考研资料下载中心
获取更多考研资料, 请访问 <http://download.kaoyan.com>