武汉科技大学

2004年硕士研究生入学试题

课程名称：<u>数学分析</u>　　　　页数：<u>3 页</u>（总页数）

可使用的工具：计算器　（　　√　　）

答题内容写在答题纸上，写在试卷上一律无效。

一、填空（每空 6 分，共 36 分）

1. $\begin{cases} x = 2\cos t \\ y = \sin t \end{cases}$，则 $\dfrac{d^2 y}{dx^2} =$__________。

2. 当且仅当常数 p ________时，$\lim\limits_{x\to 0} x^p \sin\dfrac{1}{x}$ 存在。

3. $f(x,y,z) = \arctan\dfrac{x+y+z}{1+xy+yz+zx}$，则 $f'_x(0,0,0) =$_____。

4. 在 $x=1$ 处，$f(x) = e^x$ 的幂级数展式为_______。

5. D 为单位圆 $x^2+y^2=1$ 围成的区域，则

   $\iint\limits_D \sqrt{1-x^2-y^2}\,dxdy =$_________。

6. 已知函数 $y=f(x)$ 满足：$y''+(y^{2004}+1)\tan x^5 = 0$

   则曲线 $y=f(x)$ 的拐点为________。

二、单项选择题（每题 6 分，共 4 题 24 分）

1. $F(x) = \int_x^{x+2\pi} e^{\sin t}\sin t\,dt$，则 $F(x)$ 为_______。

   A） 正的常数；　　　　B） 负的常数；
   C） 恒为 0；　　　　　D） 不为常数。

2. $f(x)$ 是实轴上的连续函数，$F(x) = \int_0^x f(t)dt$，

   错误的命题是______。

   A） 若 $f(x)$ 是奇函数，则 $F(x)$ 是偶函数；

   B） 若 $f(x)$ 是偶函数，则 $F(x)$ 是奇函数；

C） 若 $f(x)$ 是周期函数，则 $F(x)$ 是周期函数；

D） 若 $f(x)$ 不是周期函数，则 $F(x)$ 不是周期函数。

3．下列级数中条件收敛的是________。

A） $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{1+n^2}$；　　B） $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n\ln n}$；

C） $\sum_{n=1}^{\infty}\sin[(n+\frac{1}{n^2})\pi]$；　D） $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt[n]{n}}$。

4． $f(x)=\lim\limits_{t\to+\infty}\frac{e^{tx}-1}{e^{tx}+1}$ ，则 $f(x)$

A） 无间断点；　　B） $x=0$ 为可去间断点；
C） $x=0$ 为第二类间断点；　D） $x=0$ 为跳跃间断点。

三、（15 分） $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上可导，且导函数连续，求证

$$\lim_{n\to\infty}\int_a^b f(x)\cos nx dx=0$$

四、（15 分）若 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n^2$ 收敛，求证： $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{n}$ 绝对收敛。

五、（15 分） $f(x)$ 定义在 $[a,b]$ 上，且在每一点 $x_0\in[a,b]$ 处， $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 都存在，求证： $f(x)$ 有界。

六、（15 分）计算积分

$$I=\int_0^1 dx\int_{1-x}^{\sqrt{1-x^2}}\frac{x+y}{x^2+y^2}dy,$$

七、（15 分）

$f(x)$ 在闭区间 $[0,1]$ 上一阶可导，且

$$\int_0^1 xf(x)dx=\frac{f(1)}{2},$$

求证：存在$\xi \in (0,1)$使得$f'(\xi)=0$

八、（15 分）

Σ为球面$x^2+y^2+z^2=R^2$的外侧，将以下积分化为第一型的曲面积分，并计算积分的值。

$$\oiint_{\Sigma}[(xze^{x^2}+\frac{1}{x})dydz+(yze^{x^2}+\frac{1}{y})dzdx+(z^2e^{x^2}+\frac{1}{z})]dzdx$$