武汉科技大学

2005 年硕士研究生入学考试试题

考试科目及代码：概率论与数理统计 423

说明：1.适用招生专业：　　管理科学与工程

2.可使用的常用工具：计算器

3.答题内容写在答题纸上，写在试卷或草稿纸上一律无效。

一、填空（每空 4 分）

1．已知事件 A,B 满足 $P(AB)=P(\overline{A}\overline{B})$，$P(A)=0.6$，则

$P(B)=$________

2．三个球随机地放到三个盒子中去（每个盒子装球的个数不限），则出现空盒的概率为________

3．设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x)=Ce^{-x^2}\quad(-\infty<x<+\infty)$$

则常数 $C=$________

4．已知 $DX=16,\ DY=25,\ D(X+Y)=49$，则 X,Y 的相关系数 $\rho_{XY}=$______

5．设随机变量 X 的期望 $EX=\mu$, 方差 $DX=\sigma^2$，根据切比雪夫不等式可估计

$P(|X-\mu|<3\sigma)\geq$________

二、单项选择题（每题 4 分）

1．A,B 是事件，$P(AB)=0$，则（　　）

(A) A,B 不相容；　　(B) A和B 相互独立；

(C) $P(A)=0$或$P(B)=0$；　　(D) $P(A-B)=P(A)$；

2．设随机变量 X,Y 相互独立，且 $X\sim N(\mu_1,\sigma_1^2)$，$Y\sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$ 则下列结论正确的是（　　）

(A) $X-Y\sim N(\mu_1-\mu_2,\sigma_1^2-\sigma_2^2)$；

(B) $X-Y\sim N(\mu_1-\mu_2,\sigma_1^2+\sigma_2^2)$；

(C) $X-Y\sim N(\mu_1+\mu_2,\sigma_1^2-\sigma_2^2)$；

(D) $X-Y \sim N(\mu_1+\mu_2, \sigma_1{}^2+\sigma_2{}^2)$

3．设 X,Y 为两个随机变量，且 $\rho_{XY}=0$，则 X,Y（　　　）

(A) 一定独立；　　　　　　(B) 一定不独立；

(C) 不一定独立；　　　　　(D) 以上结论都不对.

4．设 $X_1,\ldots,X_n$ 是相互独立的随机变量序列，且有相同的分布。又设 $EX_i=\mu, DX_i=\sigma^2(\sigma>0, i=1,2,\ldots)$，记 $Z_n=\sum_{i=1}^{n}X_i$，则当 n 充分大时，有（　　　）

(A) Z_n 的分布近似于 $N(n\mu, n\sigma^2)$；

(B) Z_n 的分布近似于 $N(0,1)$；

(C) Z_n 的分布近似于 $N(\mu,\sigma^2)$；

(D) Z_n 的分布近似于 $N(n\mu,\sqrt{n\sigma^2})$.

5．设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，x_1,x_2,x_3 为取自 X 的容量为 3 的样本，设 μ 的三个估计

$\hat{\mu}_1=\frac{1}{3}x_1+\frac{1}{3}x_2+\frac{1}{3}x_3$；　　$\hat{\mu}_2=\frac{3}{5}x_1+\frac{2}{5}x_2$；

$\hat{\mu}_3=\frac{1}{2}x_1+\frac{1}{3}x_2+\frac{1}{6}x_3$

则下列说法正确的是（　　　）

(A) 三个都不是 μ 的无偏估计；

(B) 三个都是 μ 的无偏估计，$\hat{\mu}_1$ 最有效；

(C) 三个都是 μ 的无偏估计，$\hat{\mu}_2$ 最有效；

(D) 三个都是 μ 的无偏估计，$\hat{\mu}_3$ 最有效.

三、(10 分) 设 A, B 为随机事件，又已知 $P(A)=0.8$，$P(B)=0.6$，$P(B|\bar{A})=0.7$，求 $P(A|\bar{B})$.

四、(10 分) 已知甲盒子中有 3 个黑球，1 个白球；乙盒中有 2 个黑球 2 个白球。先从甲盒中任取 1 球 A 放入乙盒中，再从乙盒中任取一球 B，求 B 为黑球的

概率；若已知B是黑球，求A是黑球的概率。

五、（10 分）设X服从参数为$\lambda=1$的指数分布，即概率密度为

$$f(x)=\begin{cases} e^{-x}, & x>0 \\ 0, & 其它 \end{cases}$$

求方程$t^2+Xt-X+8=0$（关于t的方程）无实根的概率.

六、（10 分）已知$X\sim N(0,1)$，求$Y=X^3$的概率密度.

七、（10 分）设随机变量X的概率密度为

$$f(x)=\frac{1}{2}e^{-|x|} \quad -\infty<x<+\infty$$

求EX，DX.

八、（10 分）已知(X,Y)的联合分布函数为

$$F(x,y)=\begin{cases} 1-e^{-x}-e^{-2y}+e^{-(x+2y)}, & x>0,y>0 \\ 0, & 其它 \end{cases}$$

求$P(X>1,Y>1)$.

九、（10 分）设二维随机变量(X,Y)在圆$x^2+y^2\le 1$上服从均匀分布，判断X,Y是否相关，是否独立？

十、（10 分）银行某窗口为顾客服务，每个顾客接受服务的时间T（分钟）服从$\lambda=0.2$的指数分布，即T的概率密度为

$$f(t)=\begin{cases} 0.2e^{-0.2t}, & t>0 \\ 0, & 其它 \end{cases}$$

求在一小时内该窗口能服务完 16 名顾客的概率的近似值.（用$\Phi(x)$表示）

十一、（10 分）设总体$X\sim N(\mu,4)$，X_1,K,X_n为来自X的样本，$\bar{X}$为样本均值，问样本容量n应取多大，才能使

① $E|\bar{X}-\mu|^2\le 0.1$；

② $E|\bar{X}-\mu|\le 0.1$.

十二、（10 分）设总体X服从参数为θ的指数分布，即概率密度为

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{\theta}e^{-x/\theta}, & x>0 \\ 0, & 其它 \end{cases}$$

其中$\theta>0$为未知参数，又设$X_1,\cdots,X_n$为来自总体的样本，

①求θ的最大似然估计$\hat{\theta}_1$；

②若记$\hat{\theta}_2=n[\min(X_1,\cdots,X_n)]$，比较$\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$哪个有效？

十三、（10 分）用某种仪器间接测量硬度，得到的测量值$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，重复测5 次所得数据是：

175，　173，　178，　174，　176

而用另外精确的方法测量硬度为 179，试问此仪器间接测量有无系统误差？（取检验水平α＝0.05）

附：$t_{0.05}(4)=2.1318$；$t_{0.05}(5)=2.0150$；$t_{0.025}(4)=2.7764$；

$t_{0.025}(5)=2.5706$