

武汉科技大学

2006 年硕士研究生入学考试试题

考试科目及代码：概率论与数理统计 423 共 4 页 第 1 页

说明：1. 适用招生专业：管理科学与工程

2. 可使用的常用工具：计算器

3. 答题内容写在答题纸上，写在试卷或草稿纸上一律无效。

4. 考试时间 3 小时，总分值 150 分。

一、填空（每空 4 分）

1. 已知 $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.5$, $P(A \cup B) = 0.6$, 则

$$P(A|B) = \underline{\hspace{2cm}}$$

2. 盒中有 2 个红球，3 个黑球。5 个人每人从中抽一个球，则第二个人抽中红球的概率为 $\underline{\hspace{2cm}}$

3. 已知随机变量 X 的分布函数为
$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x^2, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$
 则

$$P(X > \frac{1}{2}) = \underline{\hspace{2cm}}$$

4. 已知二维随机变量 $(X, Y) \sim N(0, 0, 2, 2, 0)$, 则

$$P(X + Y < 2) = \underline{\hspace{2cm}} \quad (\text{用 } \Phi(x) \text{ 表示})$$

5. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 来自正态分布 $N(0, 16)$, 则 $X_1 - \bar{X}$ 的方差

$$D(X_1 - \bar{X}) = \underline{\hspace{2cm}}$$

二、单项选择题（每题 4 分）

1. 一枚硬币抛掷 2 次， A_i 表示第 i 次正面朝上， $i = 1, 2$ 则“至多有一次正面朝上”可表示为（ ）

A. $A_1 \bar{A}_2 \cup \bar{A}_1 A_2$

B. $\bar{A}_1 \bar{A}_2$

第 2 页

C. $\overline{A_1 A_2}$

D. $A_1 \cup A_2$

2. 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上等于 $\sin x$ ，而在此区间外等于 0，若 $f(x)$ 可作为某连续性随机变量的概率密度函数，则区间 $[a, b]$ 为 ()

A. $[0, \pi/2]$

B. $[0, \pi]$

C. $[-\pi/2, 0]$

D. $[0, 3\pi/2]$

3. 设 $X \sim N(2, 1)$ ， $Y = aX + b \sim N(0, 1)$ ，则 a, b 的值为 ()

A. $a = 2, b = 1$

B. $a = 1, b = 2$

C. $a = 1, b = -2$

D. $a = -1, b = 2$

4. 设随机变量 X 的方差 $DX = 2$ ， $EX^2 = 18$ ，则 X 的期望 $EX =$ ()

A. 16 B. 20 C. 4 D. $\sqrt{20}$

5. 设 $X_1, \dots, X_n$ 来自总体 $N(\mu, \sigma^2)$ ，则 $\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$ 服从的分布为 ()

A. $\chi^2(n)$ B. $\chi^2(n-1)$ C. $N(\mu, \sigma^2/n)$ D. $t(n-1)$

三、解答题（每题 10 分）

1. 盒中有 7 个合格品，3 个次品，从盒中一件一件的抽取产品检验，每件检验后不再放回盒中，以 X 表示直到取到第一件合格品为止所需检验次数，求 X 的分布律，并求概率 $P\{X < 3\}$ 。

2. 设某人射击一次时击中目标的概率为 0.2, 现他从 1、2、3、4 四个数字中随机抽一个, 抽得的数字即为他向目标射击的次数. 求这人击中目标二次的概率.
3. 设随机变量 X 的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

求随机变量 X 的期望 EX 和方差 DX .

4. 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, $Y = X^2$

(1) 计算 $P(X > Y)$. (用 $\Phi(\cdot)$ 形式表示)

(2) 计算 $E(2X + Y)$

5. 已知事件 A, B 相互独立, 证明事件 $\bar{A}, B$ 也相互独立.

6. 已知 $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.6$, $P(AB) = 0.4$, 求下列概率:

$$P(\bar{A} | B), P(\bar{A} | \bar{B})$$

7. 设某种电子元件的寿命服从正态分布 $N(40, 100)$, 随机地取 5 个元件, 求恰有两个元件寿命小于 50 的概率.

$$\Phi(1) = 0.8413 \quad \Phi(2) = 0.9772$$

8. 已知随机变量 (X, Y) 的分布律为

$X \backslash Y$	1	2
0	0.15	0.15
1	α	β

且知 X 与 Y 独立,

- (1) 求 α 、 β 的值.
- (2) 令 $Z = X - 2Y$, 求 X 与 Z 的协方差.

9. 设随机变量 $X \sim N(-2, 9)$, Y 在区间 $(-2, 4)$ 上服从均匀分布, 令

$$U = 3X^2 + 4Y^2 - XY - 4$$

(1) 若 X 与 Y 相互独立, 求 $E(U)$;

(2) 若 X 与 Y 的相关系数为 $\rho_{XY} = -0.4$, 求 $E(U)$

10. 设总体 X 的密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1}, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

其中 θ 是未知参数, 且 $\theta > 0$ 。 x_1, K, x_n 为来自总体的样本,

试求 θ 的最大似然估计量。

11. 已知某种食品每袋标准重量应为 50 克, 现随机抽查市售的该种食品 4 袋测得重量如下: 45.0, 49.5, 50.5, 46.5, 设每袋重量服从均方差为 3(克) 的正态分布, 试在显著性水平 $\alpha=5\%$ 下检验该食品平均袋重是否合格。

附表:

x	1.28	1.645	1.96
$\Phi(x)$	0.9	0.95	0.975