武汉科技大学

2006 年硕士研究生入学考试试题解答

考试科目及代码：概率论与数理统计 423

一、1. 0.4； 2. 0.4； 3. 0.75； 4. $\Phi(0.5)$； 5. 12.

二、1. C； 2. A； 3. C； 4. C； 5. A.

三、

1.

X	1	2	3	4
	7/10	7/30	7/120	1/120

$$P(X<3)=\frac{14}{15}$$

2. 设 X 为该人击中目标的次数，Y 为抽得的数字，则

$$P(X=2)=\sum_{k=2}^{4}P(X=2\mid Y=k)P(Y=k)$$

$$=[0.2^2+C_3^2 0.2^2 0.8+C_4^2 0.2^2 0.8^2]\times\frac{1}{4}=0.0724$$

3. $EX=\int_0^1 x dx=\frac{1}{2}$

$$DX=\int_0^1 (x-\frac{1}{2})^2 dx=\frac{1}{12}$$

4.(1) $P(X>Y)=P(X>X^2)=P(0<X<1)=\Phi(1)-\Phi(0)$

(2) $E(2X+Y)=2EX+EX^2=2\times 0+DX=1$

5.证明：因为 A,B 相互独立

所以 $P(\bar{A}B)=P(B)-P(AB)=P(B)-P(A)P(B)$

$$=P(A)(1-P(B))=P(A)P(\bar{B})$$

所以，$A, \bar{B}$ 相互独立.

6. $P(\bar{A} \mid B) = \dfrac{P(\bar{A}B)}{P(B)} = \dfrac{P(B) - P(AB)}{P(B)} = \dfrac{0.6 - 0.4}{0.6} = \dfrac{1}{3}$

$$P(\bar{A} \mid \bar{B}) = \frac{P(\bar{A}\bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(B)} = \frac{1 - P(A) - P(B) + P(AB)}{1 - P(B)} = \frac{3}{4}$$

7.设电子元件的寿命为 X，取的 5 个元件中有 Y 个元件的寿命小于 50，则

$$X \sim N(40,\ 100),\quad Y \sim b(5,\ p) \quad p = P(X \le 50)$$

$$P(X \le 50) = \Phi\left(\frac{50 - 40}{10}\right) = \Phi(1)$$

$$P(Y = 2) = C_5^2 p^2 (1 - p)^3 = 0.178\,(0.028)$$

8. ⑴因 X, Y 相互独立，$P(X = 0, Y = 1) = P(X = 0)P(Y = 1)$

即 $0.15 = 0.3(0.15 + \alpha) \Rightarrow \alpha = 0.35$、同理，$\beta = 0.35$

⑵ $\operatorname{cov}(X, Z) = \operatorname{cov}(X, X - 2Y) = \operatorname{cov}(X, X) = DX$

$$DX = P(X = 0)P(X = 1) = 0.21$$

9.⑴ $EU = 3(DX + (EX)^2) + 4(DY + (EY)^2) - EXEY - 4$

$$= 3(9 + 4) + 4(3 + 1) - (-2)1 - 4 = 50\,(53)$$

⑵ $EU = 3(DX + (EX)^2) + 4(DY + (EY)^2) - E(XY) - 4$

$$E(XY) = EXEY + \rho_{XY}\sqrt{DX}\sqrt{DY} = -2 \times 1 - 0.4\sqrt{9}\sqrt{3} = -2 - 1.2\sqrt{3}$$

$$EU = 50 + 1.2\sqrt{3} = 55.$$

10. $L(\theta) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i) = \theta^n (x_1 \cdots x_n)^{\theta - 1}$

$$\ln L(\theta) = n \ln \theta + (\theta - 1)\ln(x_1 \cdots x_n)$$

$$\frac{d\ln L}{d\theta}=\frac{n}{\theta}+\ln\left(x_1\cdots x_n\right)=0\Rightarrow\hat{\theta}=-\frac{n}{\ln\left(x_1\cdots x_n\right)}$$

11.设每袋重为 X（克），$X\sim N(\mu,3^2)$

$H_0:\mu=\mu_0=50,\ \ H_1\neq 50$

检验统计量 $U=\dfrac{|\bar{X}-\mu_0|}{\sigma/\sqrt{n}}=\dfrac{|47.87-50|}{3/\sqrt{4}}=1.42$

$u_{\alpha/2}=u_{0.025}=1.96$，因 1.42<1.96，故接受 H_0，认为食品平均袋重合格.