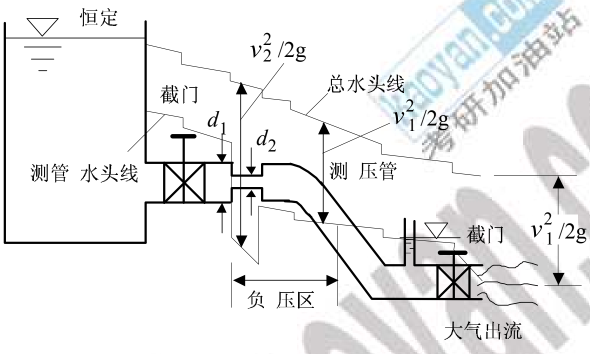
水力学2006年试题答案

1、 ⑴　$\phi_1 - 2\phi_2$

2、 断 面 上 的 弗 劳 德 数 Fr。

3、 4。　$q = 8.85 \mathrm{m}^3/\mathrm{s \cdot m}$

二、1、



(1) 总 水 头 线　　　　　　(2 分)

测 压 管 水 头 线　　　　　(4 分)

(2) 可 能 负 压 区 如 图 所 示　　(2 分)

(3) $A—A$ 断 面 真 空 值 最 大　　(2 分)

2、1、<u>跌 水</u>;　　2、<u>水</u> 3、<u>下 游</u>、<u>上 游</u>

4、<u>上 游</u>、<u>下 游</u>。

三、计算下列各题

1、解：$f(M_d, H, \eta, \rho, \omega, Q) = 0$

选 H, Q, ρ 为 独 立 基 本 量 纲， 可 以 组 成 6-3=3 个π 项， 按 量 纲 和 谐 原 理 求 指 数

$$\pi_1 = \rho^{a_1} Q^{b_1} H^{c_1} \omega \qquad \pi_2 = \rho^{a_2} Q^{b_2} H^{c_2} \eta$$

$$\pi_3 = \rho^{a_3} Q^{b_3} H^{c_3} M_d$$　　5 分

写成量纲式 $[0]=[\mathrm{M\ L^{-3}}]^{a_1}[\mathrm{L^3T^{-1}}]^{b_1}[\mathrm{L}]^{c_1}[\mathrm{T^{-1}}]$ ，

对

L: $0=-3a_1+3b_1+c_1$

T: $0=-b_1-1$

M : $0=a_1$

联立求解得，$a_1=0$ $b_1=-1$ $c_1=3$，所以

$\pi_1=\dfrac{\omega H^3}{Q}$ 同理可得：$\pi_2=\eta$，$\pi_3=\dfrac{M_dH}{\rho Q^2}$

$$f_1(\pi_1,\pi_2,\pi_3)=0 \quad f_1\left(\frac{\omega H^3}{Q},\eta,\frac{M_dH}{\rho Q^2}\right)=0$$ 或

$$M_d=\frac{\rho Q^2}{H}F\left(\frac{\omega H^3}{Q},\eta\right)$$ 2

2、设 $\gamma=\rho g$

$P_x=p_c\cdot A_z$, $A_z=b\times R$

$p_c=\gamma_1(h-R)+\gamma_2\cdot\dfrac{1}{2}R$

$\therefore P_x=bR[\gamma_1(h-R)+\gamma_2\cdot\dfrac{1}{2}R]=4.68\ \mathrm{kN}\ (\rightarrow)$

γ_1 的液体对 AB 曲面在垂直方向的压强为常数，即 $\gamma_1(h-R)$，则其分力为

$P_{z1}=\gamma_1(h-R)A_x=\gamma_1(h-R)Rb=3.06\ \mathrm{kN}$

5 分

γ_2 的液体对 AB 曲面的铅垂分力为

$P_{z2}=\gamma_2\cdot V=\gamma_2(R^2-\dfrac{1}{4}\pi R^2)b=0.695\ \mathrm{kN}$ 5 分

$$\therefore \boldsymbol{P_z=P_{z1}+P_{z2}=3.755\mathrm{kN}(\uparrow)}$$

$$P=\sqrt{P_x^{\ 2}+P_z^{\ 2}}=6.00\ \text{kN}$$

$$\theta=\arctan\frac{P_z}{P_x}=38.74^0$$

3、由水力最优条件$\frac{b}{h}=2(\sqrt{1+m^2}-m)=0.828$　　$b=0.828h$

$A=(b+mh)h=10$ 则$h=\sqrt{\frac{10}{1.828}}=2.339\text{m}$， 故$b=1.937\text{m}$

又$R=\frac{h}{2}=1.169\text{m}$，　　$Q=CA\sqrt{Ri}=15.386\text{m}^3/\text{s}$

$$又\ n=\frac{1}{C}R^{1/6}=\frac{1}{45}(1.169)^{1/6}=0.0228$$

二、 矩 形 断 面 最 优 断 面 尺 寸

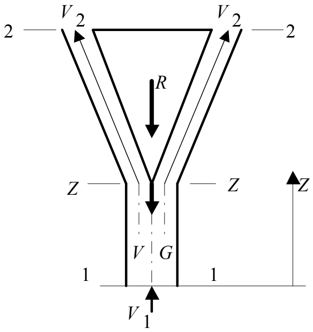
$\frac{b}{h}=2$　　$b=2h$　　$A=2h^2$　　$R=\frac{h}{2}$

$$Q=\frac{1}{n}AR^{2/3}i^{1/2}=\frac{2}{n}\left(\frac{1}{2}\right)^{2/3}i^{1/2}h^{8/3}$$

$$h=\left(\frac{Qn}{\sqrt[3]{2}\sqrt{i}}\right)^{3/8}=2.26\text{m}$$

$b=2h=4.52\text{m}$

4、



取 A 处 为 1—1， 锥 顶 为 2—2 断 面， 从 A 向上 为 Z 轴，1—2 间 水 流 为 控 制 体， 沿 Z 方 向列 动 量 方 程

$$-R-G=\rho Q\left(V_2\cos\frac{\alpha}{2}-V_1\right) \qquad (1)$$

$$Q=\frac{\pi}{4}d^2V_1=\frac{\pi}{4}\times 0.5^2\times 20=3.925\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$$

取 1—2 间 任 意 Z 处 断 面 $Z-Z$， 则 有 Z 处

$$V=\sqrt{V_1^2-2gZ}$$

当 $Z=H_1+H_2=5\mathrm{m}$ 时 $V_2=\sqrt{20^2-2\times 9.8\times 5}=17.38\mathrm{m/s}$

$$G=\rho g\int_0^5\frac{Q}{\sqrt{V_1^2-2gZ}}\mathrm{d}Z=\rho Q(V_1-V_2)$$

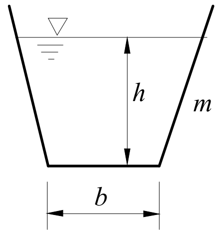
$$-R=-\rho QV_2\left(1-\cos 15^{\circ}\right),\ R=2324.4\mathrm{N}$$

解提时允许对 G 用不同方法作近似的估计，事实上式

$G=\rho g\dfrac{Q}{\sqrt{V_1^2-2gZ}}\mathrm{d}z$ 也 是 近 似 值

四、证明（推导）下列各题

1、

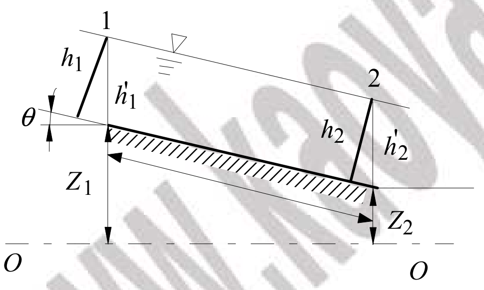


（1） $A=(b+mh)h$ $\qquad$ $\chi=\frac{A}{h}-mh+2h\sqrt{1+m^2}$

A，i，n 一定，x 最小时，Q 最大。

$$\frac{d\chi}{dh}=-\frac{A}{h^2}-m+2\sqrt{1+m^2}=0$$

$\frac{b+mh}{h}+m=2\sqrt{1+m^2}$ 所以 $\frac{b}{h}=2(\sqrt{1+m^2}-m)$



证 1：写 1—1 与 2—2 断面能量方程

$$z_1+h_1'+\frac{\alpha_1 v_1^2}{2g}=z_2+h_2'+\frac{\alpha_2 v_2^2}{2g}+h_f$$

因为 $\alpha_1=\alpha_2$ $\qquad h_1=h_2$ $\qquad v_1=v_2$ $\qquad h_f=JL$

则 $z_1+\frac{h_1}{\cos\theta}=z_2+h_2'+\frac{h_2}{\cos\theta}+JL$

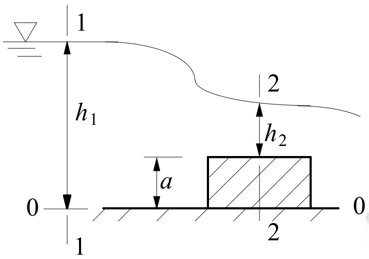
$$i=\sin\theta=\frac{z_1-z_2}{L}$$

所以 $J=i$ $\qquad$ 2 分

证2：因为均匀流，水深沿程不变

则水面线（即测压管水头线）平行于底线，$J_p=i$

2



写 1—1 与 2—2 断 面 能 量 方 程

$$h_1+\frac{\alpha_1 v_1^2}{2g}=h_2+\frac{\alpha_2 v_2^2}{2g}+a+h_w$$

因$h_1>h_{cr}$; $h_2<h_{cr}$， 因 此 $v_1<v_2$， 由 上 式 得：

$$\boldsymbol{h_1-(h_2+a)=\frac{1}{2g}\left(\alpha_2 v_2^2-\alpha_1 v_1^2\right)+h_w>0}$$ 所 以

$h_1>h_2+a$

4.设 $\gamma=\rho g$

列断面$1-1, C-C$的能量方程

$$H_0=\frac{\alpha_c v_c^2}{2g}+\frac{p_c}{\gamma} \qquad (1)$$

据 连 续 方 程：$Q=v_c A_c=v_2 A_2$ （2）

2 分

$$v_\alpha=\frac{A_c}{A}v_c=0.62v_c \qquad (3)$$

管 嘴 流 量 系 数：$C_Q=0.82$

$$Q = 0.82 A_2 \sqrt{2gH_0} \qquad (4)$$

将(1) 代 入(2) 得：

$v_c = 1.323\sqrt{2gH_0}$ 将(5) 代 入(1) $\frac{p_c}{\gamma} = 0.75H_0$

则 $h_v = \frac{p_a - p_c}{\gamma} = 0.75H_0$