

武汉科技大学 2006 年硕士研究生入学考试试题答案

考试科目及代码： 控制原理 428

1. 求图示机械系统传递函数 $X_o(s)/F(s)$ 。(本题 20 分)

解：系统微分方程为

$$k_1 x_o + c \dot{x}_o = k_2 (x_i - x_o)$$

$$M \ddot{x}_i = f - k_2 (x_i - x_o)$$

去掉中间变量 x_i

$$\frac{Mc}{k_2} x_o^{(3)} + \frac{M}{k_2} (k_1 + k_2) \ddot{x}_o + c \dot{x}_o + k_1 x_o = f$$

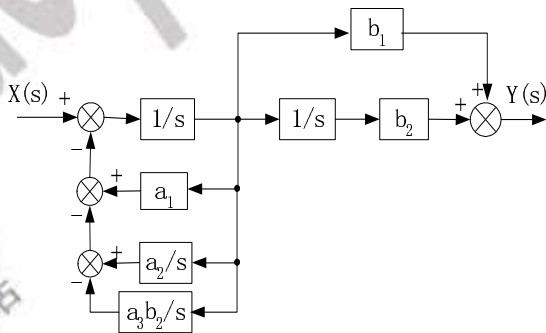
得系统传递函数

$$\frac{X_o(s)}{F(s)} = \frac{1}{\frac{Mc}{k_2} s^3 + \frac{M}{k_2} (k_1 + k_2) s^2 + cs + k_1}$$

2. 通过框图化简，求图示系统的传递函数 $Y(s)/X(s)$ 。(本题 20 分)

解：框图简化如图，系统传递函数为

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_1 s + b_2}{s^2 + a_1 s + (b_2 a_3 - a_2)}$$



3. 已知单位负反馈系统的闭环传递函数为 $G_B(s) = \frac{a_n}{s^n + a_1 s^{n-1} + \Lambda + a_{n-1} s + a_n}$ ，试分别求

其单位阶跃输入和单位斜坡输入时的稳态误差。(本题 20 分)

解：对于单位反馈系统，有

$$\Theta \quad G_B(s) = \frac{G_k(s)}{1 + G_k(s)}$$

$$\therefore G_k(s) = \frac{G_B(s)}{1 - G_B(s)} = \frac{a_n}{s^n + a_1 s^{n-1} + \Lambda + a_{n-1} s}$$

即系统为 I 型系统, 有 $K_p = \infty, K_v = \frac{a_n}{a_{n-1}}$

$$\therefore \text{对单位阶跃输入 } e_{ssp} = \frac{1}{1+K_p} = 0$$

$$\text{对单位斜坡输入 } e_{ssv} = \frac{1}{K_v} = \frac{a_{n-1}}{a_n}$$

4. 根据与系统(图 a)所对应的阶跃响应曲线(图 b), 确定图 a 所示系统质量 M、阻尼系数 C 和弹簧刚度 K 的数值。(本题 20 分)

$$\text{解: } \Theta \quad \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{Ms^2 + cs + k} \Rightarrow X(s) = \frac{1}{Ms^2 + cs + k} F(s)$$

$$\therefore x(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sX(s) = \frac{300}{k} = 1$$

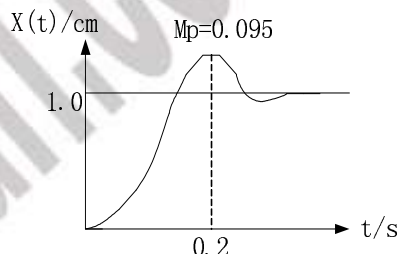
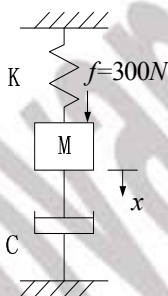
$$\therefore k = 300 \text{ N/cm}$$

$$\text{又 } \omega_n = \sqrt{\frac{k}{M}}, \quad 2\xi\omega_n = \frac{c}{M}$$

$$M_p = e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} = 0.095 \rightarrow \xi = \frac{(\ln 0.095)^2}{(\ln 0.095)^2 + \pi^2} = 0.6$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}} = 0.2 \rightarrow \omega_n = \frac{\pi}{0.2 \sqrt{1-\xi^2}} = 19.6 \text{ s}^{-1}$$

$$\therefore M = \frac{k}{\omega_n^2} = 78.9 \text{ kg}, \quad c = 2\xi\omega_n M = 1836.7 \text{ Ns/m}$$



(b)

5. 试用两种不同的方法确定由开环传递函数 $G_k(s) = \frac{k}{(s+4)(s^2-4s+4)}$ 构成的单位负反

馈系统稳定的 k 值范围。(本题 20 分)

解: (1) 用劳斯判据

$$\text{系统特征方程 } D(s) = s^3 + 3s^2 + Ks + (16 + 2K) = 0$$

s^3	1	K
s^2	3	$16 + 2K$
s^1	$\frac{K-16}{3}$	0
s^0	$16 + 2K$	

$\therefore 16 < k < +\infty$

(2) 奈氏判据

$$G(j\omega) = \frac{K(2+j\omega)}{16-3\omega^2-j\omega^3} = K \frac{(32-6\omega^2-\omega^4)+j(16\omega-\omega^3)}{(16-3\omega^2)^2+\omega^6}$$

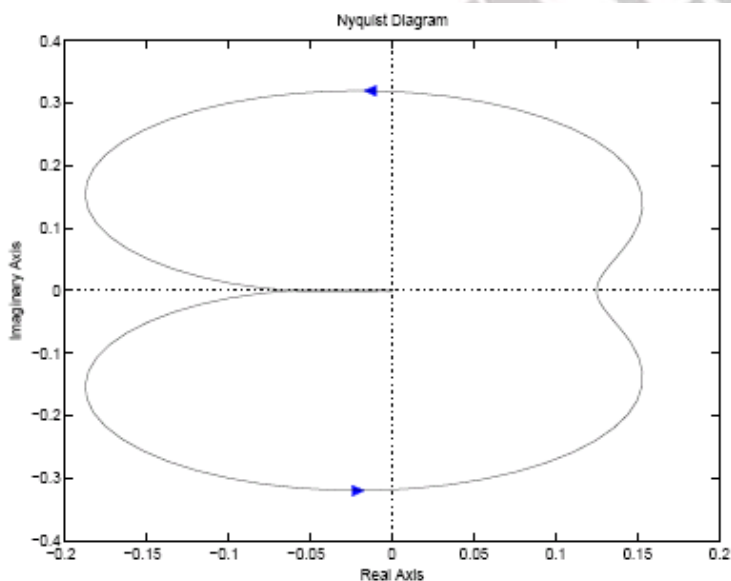
$$\angle G(j\omega) = \tan^{-1} \frac{\omega}{2} - \tan^{-1} \frac{\omega}{4} - \tan^{-1} \frac{-\omega}{4-\omega^2}$$

$$\omega = 0, |G(j\omega)| = K/8, \angle G(j\omega) = 0^\circ$$

$$\omega = \infty, |G(j\omega)| = 0, \angle G(j\omega) = 180^\circ$$

与负实轴交点: $16\omega - \omega^3 = 0 \Rightarrow \omega = \pm 4, 0 \Rightarrow x = -K/16$

K=1 时其奈奎斯特图为



由于系统开环有两个不稳定极点, $P=2$, 由奈氏判据, 闭环稳定则应有 $N=-2$ 。因此

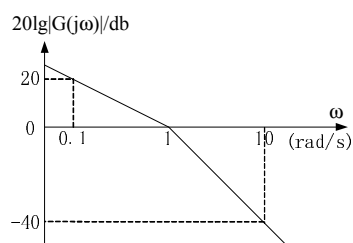
$$-\infty < -K/16 < -1 \Rightarrow 16 < K < +\infty$$

6. 图示为某单位负反馈系统的开环对数幅频特性曲线(近似)。已知这是一个最小相位系统, 试确定该系统的单位脉冲响应, 并定性绘出该响应曲线。(本题 30 分)

解: 由 BODE 图可得系统的开环传递函数

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$

则系统闭环传递函数为



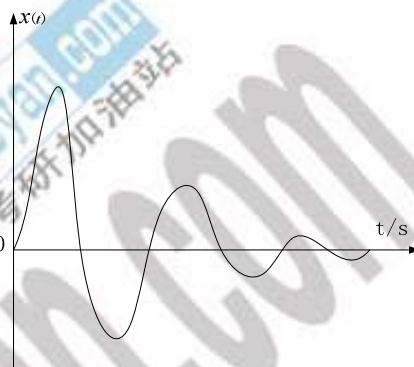
$$G_B(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1} = \frac{1}{(s+0.5)^2 + (\sqrt{1-0.25})^2}$$

即

$$\omega_n = 1s^{-1}, \quad \zeta = 0.5$$

可得系统单位脉冲响应

$$\begin{aligned} w(t) &= \frac{1}{\sqrt{1-0.25}} e^{-0.5t} \sin(\sqrt{1-0.25}t) \\ &= 1.155e^{-0.5t} \sin 0.866t \end{aligned}$$



脉冲响应曲线

7. 设系统开环传递函数为 $G_k(s) = \frac{5}{s(s+1)(s+5)}$ ，作出该系统的开环对数幅频和相频特性曲线（近似），并判断系统的稳定性。（本题 20 分）

解：（1）作 BODE 图

$$(2) \quad \angle G_k(j\omega) = -90^\circ - \tan^{-1}\omega - \tan^{-1}0.2\omega$$

$$\text{由 } \angle G_k(j\omega_g) = -180^\circ$$

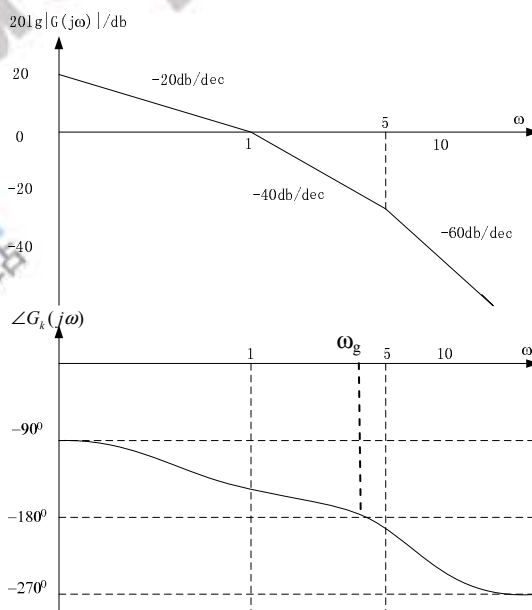
$$\therefore \tan^{-1}\omega_g + \tan^{-1}0.2\omega_g = 90^\circ$$

$$\frac{\omega_g + 0.2\omega_g}{1 - 0.2\omega_g^2} = \infty \rightarrow \omega_g = \sqrt{5}s^{-1}$$

又

$$|G_k(j\omega_g)|_{\omega_g=\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}\sqrt{(1+5)(1+0.04 \times 5)}} = 0.167$$

$$\begin{aligned} \therefore Kg &= -20\lg|G_k(j\omega_g)|_{\omega_g=\sqrt{5}} \\ &= -20\lg 0.167 = 15.563 > 0\text{db} \end{aligned}$$



对于最小相位系统，只要幅值裕度大于 0 即可判断该系统是稳定的。

（用劳斯判据或用 $\omega_c < \omega_g$ 进行判断也可）