工程力学 440

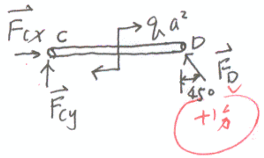
答案:

1. (1) A $+4$　(2) C $+4$　(3) B $+4$　(4) 3段，6个；$+1$分 约束条件 $w_A=0$，$\theta_A=0$，$w_C=0$ 1分

光滑连续条件 $w_{B左}=w_{B右}$，$+1$分 $w_{C左}=w_{C右}$，1分 $\theta_{C左}=\theta_{C右}$

(5) 最大切应力理论认为最大切应力是引起材料塑性屈服的主要原因，$+1$分
强度条件是 $\sigma_1-\sigma_3\le[\sigma]$ $+1$分
畸变能密度理论认为最大畸变能密度是引起材料塑性屈服的主要原因，$+1$分 强度条件是 $\sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2]}\le[\sigma]$ $+1$分

2. 解：取CD段为研究对象，作受力分析：

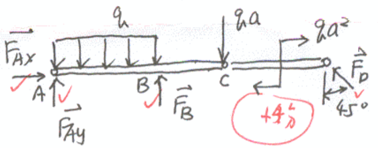


列平衡方程：

4
$\Sigma F_x=0$，$F_{Cx}-F_D\sin45^\circ=0$ (不写)
$\Sigma F_y=0$，$F_{Cy}+F_D\cos45^\circ=0$ (可不写) $+3$分
$\Sigma M_C=0$，$-qa^2+F_D\cos45^\circ 2a=0$

解得：$F_D=\frac{\sqrt{2}}{2}qa$，$+1$分

再取整体为研究对象，作受力分析



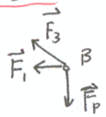
列平衡方程

3
$\Sigma F_x=0$，$F_{Ax}-F_D\sin45^\circ=0$
$\Sigma F_y=0$，$F_{Ay}+F_B+F_D\cos45^\circ-3qa-qa=0$ $+3$分
$\Sigma M_A=0$，$-q\cdot3a\frac{3}{2}a+F_B\cdot3a-qa\cdot4a-qa^2+F_D\cdot\cos45^\circ\cdot6a=0$

3 解出：$F_B=\frac{13}{6}qa$，$F_{Ax}=\frac{1}{2}qa$，$F_{Ay}=\frac{4}{3}qa$ $+3$分

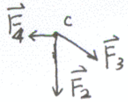
3. 解：设各杆均受拉力，

以B点为研究对象，作受力分析，列平衡方程



+5分
$\Sigma F_x=0$，$-F_1-\frac{4}{5}F_3=0$，
$\Sigma F_y=0$，$\frac{3}{5}F_3-F_P=0$，　解出：$F_3=\frac{5}{3}F_P$，$F_1=-\frac{4}{3}F_P$

以C点为研究对象，作受力分析，



+5分
$\Sigma F_x=0$，$-F_4+F_3\frac{4}{5}=0$，
$\Sigma F_y=0$，$-F_3\cdot\frac{3}{5}-F_2=0$　解出 $F_4=\frac{4}{3}F_P$，$F_2=-F_P$

由 $\frac{|F_1|}{\ldots}\le[\sigma_w]$，$\frac{|F_2|}{\ldots}\le[\sigma_w]$，$\frac{|F_3|}{\ldots}\le[\sigma_s]$，$|F_4|\ldots\le[\sigma_s]$　解出 $[F_P]=\min\{60,80,57.6,72\}$

4. 解：(1) BC段最大切应力 $\tau_{max} = \frac{M_{e2}}{W_p} = \frac{1171}{\frac{\pi}{16}\times 50^3 \times 10^{-9}} = 47.7(MPa)$ +3

8 { AB段最大切应力 $\tau_{max} = \frac{M_{e1}+M_{e2}}{W_p} = \frac{1171+1765}{\frac{\pi}{16}\times 70^3 \times 10^{-9}} = 43.6(MPa)$ +3

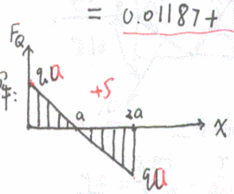
轴内最大切应力为 τ_{max} 等于47.7MPa，+1 发生在BC段截面边缘处。+1

(2) 轴内最大相对扭转角为

7 { $\varphi_{CA} = \frac{M_{e1} l_{BC}}{G I_{pBC}} + \frac{(M_{e1}+M_{e}) l_{AB}}{G I_{pAB}}$ +4 $= \frac{1171\times 500\times 10^{-3}}{80.4\times 10^9 \times \frac{\pi}{32}\times 50^4 \times 10^{-12}} + \frac{(1171+1765)\times 700\times 10^{-3}}{80.4\times 10^9 \times \frac{\pi}{32}\times 70^4 \times 10^{-12}}$

$= 0.01187 + 0.01084 = 0.0227(rad.)$ +3 或 $\frac{0.0227\times 180}{3.1416} \approx 1.30^\circ$

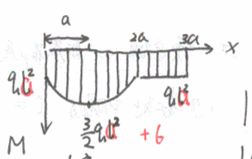
5. 解：



+5

(剪力图)

5



+6

(弯矩图)

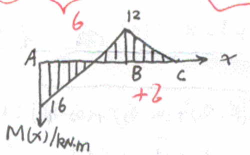
6

$|F_Q|_{max} = qa$ +2

$|M|_{max} = \frac{3}{2}qa^2$ +2

4

6. 解：先作悬臂梁弯矩图



+2

2 { 可见A、B截面是危险截面.

由 $\sigma^+_{max} \le [\sigma]^+$，$\sigma^-_{max} \le [\sigma]^-$

得：A处： $\frac{16\times 10^3 \times (200+50-96.4)\times 10^{-3}}{1.02\times 10^8 \times 10^{-12}}$ ~~$\le 40\times 10^6$~~ $= 24.09 MPa \le [\sigma]^+$. $\left(\frac{My}{I_z} \le [\sigma]\right)$

+8分 $\frac{16\times 10^3 \times 96.4\times 10^{-3}}{1.02\times 10^8 \times 10^{-12}} = 15.12 MPa \le [\sigma]^-$

B处： $\frac{12\times 10^3 \times (200+50-96.4)\times 10^{-3}}{1.02\times 10^8 \times 10^{-12}} \le 18.07 MPa \le [\sigma]^-$

+8分 $\frac{12\times 10^3 \times 96.4\times 10^{-3}}{1.02\times 10^8 \times 10^{-12}} = 11.34 MPa \le [\sigma]^+$

2 { 所以，该梁的强度安全 +2

$-5 \pm \frac{1}{2}\sqrt{5300}$　$\frac{4900}{}$

7. 解：

+6 $\left\{ \begin{matrix} \sigma' \\ \sigma'' \end{matrix} = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x-\sigma_y)^2+4\tau_{xy}^2} = \frac{20-50}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(20+50)^2+4\times(-10)^2} = \begin{matrix} 21.52\ \text{MPa} \\ -56.52\ \text{MPa} \end{matrix} \right.$

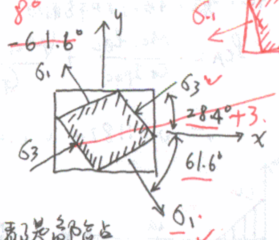
1 $\{\sigma'''=0\ \text{MPa}$. +1

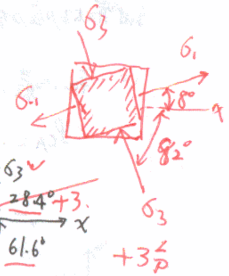
3 $\Big\{$ 按大小排序有　$\sigma_1=21.4\ \text{MPa}$　$\sigma_2=0\ \text{MPa}$，$\sigma_3=-51.4\ \text{MPa}$.

~~$\sigma_1=21.52\ \text{MPa}$，$\sigma_2=0\ \text{MPa}$，$\sigma_3=-16.52\ \text{MPa}$~~. +3

5 $\Big\{ \tan\theta_p = \frac{\sigma_x-\sigma_p}{\tau_{xy}} = \frac{20-21.52}{-10} = \cancel{-1.848}$ +0.14，$\theta_p = \cancel{-61.6°}$ 8° +2

主应力方位如图所示





8. 解：杆件受拉扭组合作用，任一横截面边缘点都是危险点 +2

6 $\Big\{$ 横截面正应力 $\sigma = \frac{P}{A} = \frac{4P}{\pi d^2}$ +2，边缘处切应力 $\tau = \frac{T}{W_p} = \frac{Pd/8}{\frac{\pi}{16}d^3} = \frac{2P}{\pi d^2}$ +2

7 $\Big\{$ 按第三强度理论　$\sigma_1-\sigma_3 \leq [\sigma]$，有：$\sqrt{\sigma^2+4\tau^2} = \sqrt{\left(\frac{4P}{\pi d^2}\right)^2+4\left(\frac{2P}{\pi d^2}\right)^2} = \frac{\sqrt{32}P}{\pi d^2} \leq [\sigma]$

$[P] = \pi d^2 \cdot [\sigma]/\sqrt{32} = 9.44\ (\text{kN})$，+7

7 $\Big\{$ 按第四强度理论　$\sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2]} \leq [\sigma]$

即　$\sqrt{\sigma^2+3\tau^2} \leq [\sigma]$.　$\sqrt{\left(\frac{4P}{\pi d^2}\right)^2+3\left(\frac{2P}{\pi d^2}\right)^2} = \frac{\sqrt{28}P}{\pi d^2} \leq [\sigma]$ +7

$[P] = \pi d^2 [\sigma]/\sqrt{28} = 10.09\ (\text{kN})$

9. 解：

10 $\Big\{$ 该材料　$\lambda_p = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_p}} = \sqrt{\frac{3.14^2\times 206\times10^9}{200\times10^6}} = 101$ +2

$\lambda_s = \frac{a-\sigma_s}{b} = \frac{304-235}{1.12} = 61.7$ +2

BC杆 柔度　$\lambda = \frac{\mu l_{BC}}{i} = \frac{1\times 2/\cos30°}{\frac{0.06}{4}} = 154$ +3　$\lambda > \lambda_p$ BC为大柔度杆 +1

$\sigma_{cr} = \cancel{\sqrt{\pi^2 E}}\ \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = \frac{3.14^2\times 206\times10^9}{154^2} = 85.6\ (\text{MPa})$. +2

5 $\Big\{$ 设载荷集度容许值为 $[q]$. 应有 $F_{BC}\cdot\sin30°\cdot 2 - \frac{1}{2}[q]\cdot 3^2 = 0$.

$F_{BC} = \frac{9}{2}[q]$ (压)，又此时 $\frac{F_{BC}}{A_{BC}} = \sigma_{cr}$. 解出 $\frac{\frac{9}{2}[q]}{\frac{\pi}{4}\times0.06^2} = 85.6\times10^6$ +3