

武汉科技大学

2007 年硕士研究生入学考试试题

考试科目代码及名称: 423 概率论与数理统计 共 4 页 第 1 页

说明: 1. 适用专业: 管理科学与工程

2. 可使用的常用工具: 计算器

3. 答题内容写在答题纸上, 写在试卷或草稿纸上一律无效

4. 考试时间 3 小时, 总分值 150 分

一、填空题 (每题 4 分, 共 20 分)

1. 已知 $P(A)=0.4$, $P(B)=0.3$, $P(A \cup B)=0.6$ 则 $P(A-B)=$ _____

2. 有 5 件产品, 其中 2 件是次品。从中任取 2 件, 恰有 1 件是次品的概率为 _____

3. 设 X, Y 为两个相互独立的随机变量
 $P(X \leq 1)=0.5$ $P(Y \leq 1)=0.4$ $Z = \max\{X, Y\}$ 则 $P(Z \leq 1) =$ _____

4. 已知随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 则随机变量 $Y = 2X + 1$ 的

概率密度 $f_Y(y) =$ _____

5. 已知二维随机变量 (X, Y) 服从区域 $G: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$ 上的均

匀分布, 则 $P(0 \leq Y \leq 1/2) =$ _____

二、单项选择题 (每题 4 分, 共 20 分)

1. 设 $P(A)=0.2$, $P(B)=0.5$, $P(AB)=0.1$, 则事件 A, B ()

A. 相互独立

B. 相等

C. 互不相容

D. 互为对立事件

2. 已知随机变量 X, Y 的方差存在, 且 $\text{cov}(X, Y) = 0$,

下列结论**错误**的是 ()

A. X, Y 不相关

B. $D(X - Y) = DX + DY$

C. $E(XY) = (EX)(EY)$

D. $D(XY) = DX \cdot DY$

3. 已知 $X \sim N(\mu, 1)$, μ 为未知参数, X_1, K, X_5 是来自 X 的样本。下列式子**不是**统计量的是 ()

A. $X_1 - X_2$

B. $\bar{X} - EX$

C. $\min\{X_1, K, X_5\}$

D. $\left(\sum_{i=1}^5 X_i\right) - DX$

4. 在显著性水平为 α 的假设检验中, H_0 为原假设, 下列说法正确的是 ()

A. H_0 为真时, 拒绝 H_0 的概率不超过 α 。

B. H_0 为假时, 接受 H_0 的概率不超过 α 。

C. 使用这种检验法, 结论错误的概率为 α 。

D. 使用这种检验法, 结论正确的概率为 $1 - \alpha$ 。

5. 设 $EX = EY = 2$, $Cov(X, Y) = -\frac{1}{6}$, 则 $E(XY) =$ ()

A. $-\frac{1}{6}$

B. $\frac{23}{6}$

C. 4

D. $\frac{25}{6}$

三、解答下列各题 (每题 10 分, 共 50 分)

1. 已知 $P(A) = 0.7$, $P(A - B) = 0.3$, 试求 $P(\overline{AB})$ 。

2. 已知一批产品中 95% 是合格品, 检查产品质量时, 一个合格品被误判为次品的概率为 0.02, 一个次品被误判为合格品的概率是 0.03, 求:

① 任意抽查一个产品, 它被判为合格品的概率;

② 一个经检查被判为合格品的产品确实是合格品的概率。

3. 设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x) = Ce^{-|x|} \quad -\infty < x < +\infty$$

求常数 C 和 $P(0 < X < 1)$.

4. 设随机变量 X 与 Y 独立且均在 $(0,1)$ 区间上服从均匀分布,
 $F(x,y)$ 为 (X,Y) 的联合分布函数求:

① $P\{X+Y < 1\}$; ② $F(0.5, 0.5)$

5. 已知 $EX = EY = 0$, $DX = DY = 1$, X, Y 的相关系数 $\rho_{XY} = 0.5$,

求 $E(X+Y)^2$

四、解答下列各题 (每题 10 分, 共 60 分)

1. 已知 $X \sim N(0,1)$, 求 $Y = |X|$ 的概率密度.

2. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 $X \sim N(10, 24)$ 的简单随机样本, 试求

$P(|\bar{X} - EX| < 1)$. (结果用 $\Phi(x)$ 表示)

3. 假设一条自动生产线生产的产品是合格品的概率为 0.8, 要使一批产品的合格率在 76% 与 84% 之间的概率不小于 90%, 这批产品至少要生产多少件? $\Phi(1.64) = 0.95$

4. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n (n > 2)$ 为来自总体 $N(0, 4)$ 的简单随机样本, \bar{X} 为

样本均值, 记 $Y_i = X_i - \bar{X}, i = 1, 2, \dots, n$. 求: Y_1 与 Y_n 的协方差

$Cov(Y_1, Y_n)$.

5. 已知随机变量 X 的分布率如下:

X	0	1	2
P	θ	2θ	$1-3\theta$

其中 $0 < \theta < 1$, 利用样本观察值: 0, 1, 1, 2, 0, 求 θ 的矩估计和极大似然估计.

6. 设某厂产品的重量服从正态分布, 但它的数学期望 μ 和方差 σ^2 均未知, 抽查 10 件, 测得重量为 X_i 斤, $i=1, 2, \dots, 10$. 算出

$$\bar{X} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} X_i = 5.4 \quad \sum_{i=1}^{10} (X_i - \bar{X})^2 = 3.6$$

给定检验水平 $\alpha = 0.05$, 能否认为该厂产品的平均重量为 5.0 斤?

附: $t_{1-0.025}(9)=2.2622$ $t_{1-0.025}(10)=2.2281$ $t_{1-0.05}(9)=1.8331$
 $t_{1-0.05}(10)=1.8125$