报考学科、专业：                准考证号码：
姓名：
密 封 线 内 不 要 写 题

# 武汉科技大学

## 二00八年招收硕士研究生入学考试试题

考试科目及代码： 概率论与数理统计 代码：823

适用专业： 管理科学与工程

说明：1. 可使用的常用工具：计算器。

2. 答题内容写在答题纸上，写在试卷或草稿纸上一律无效。考完后试题随答题纸交回。

3. 考试时间 3 小时，总分值 150 分。

一、填空题（每小题 4 分，共 20 分）

1.把三个不同的球随机的放入三个不同的盒中，则出现两个空盒的概率为___

2.设随机变量 $X\sim N(0,1)$, $\Phi(x)$ 为其分布函数，则 $\Phi(x)+\Phi(-x)=$___

3.设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$, $X_1,X_2,X_3$ 是来自总体的样本，则但常数

$a=$______时，$\hat{\mu}=\frac{1}{3}X_1+aX_2+\frac{1}{6}X_3$ 是未知常数 $\mu$ 的无偏估计

4 设总体 $X_1,\cdots,X_{10}$ 是来自 $N(0,1)$ 的样本，则 $E\sum_{i=1}^{10}(X_i-\bar{X})^2=$________

5. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 $\mu$ 未知，$x_1,\cdots,x_n$ 为其样本，若检验问题为

$H_0:\sigma^2=1$, $H_1:\sigma^2\neq 1$, 则采用的检验统计量应为_______

二、单项选择题（每小题 4 分，共 20 分）

1. 设 $A,B$ 为随机事件，则 $(A\cup B)A=$（ ）

(A). $AB$　　(B). $A$　　(C). $B$　　(D). $A\cup B$

2. .设随机变量 $X$ 的分布函数为 $F(x)$，下列结论不一定成立的是（ ）

(A) $F(+\infty)=1$　　(B). $F(-\infty)=0$

(C). $0\le F(x)\le 1$　　(D). $F(0)=0$

3. 如果函数 $f(x)=\begin{cases} x, & a\le x\le b \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ 是某连续型随机变量 $X$ 的概率密度，则区间 $[a, b]$ 可以是（　　）

(A). $[0, 1]$　　(B). $[0, 2]$　　(C). $[0, \sqrt{2}]$　　(D). $[1, 2]$

4. 在显著性水平为 $\alpha$ 的假设检验中，$H_0$ 为原假设，下列说法正确的是（　　）

A. $\alpha$ 越小，检验中越容易接受 $H_0$.

B. $\alpha$ 越小，检验中越容易拒绝 $H_0$.

C. $\alpha$ 变小，检验中对拒绝 $H_0$ 没有影响.

D. $\alpha$ 越小，检验中犯第二类的错误越小.

5. 下列命题中错误的是（　　）

A. $Cov(X,Y)=\rho_{XY}\sqrt{DX}\cdot\sqrt{DY}\ (DX>0, DY>0)$

B. $-1\le\rho_{XY}\le 1$

C. $\rho_{XY}=1$ 时，$Y$ 与 $X$ 以概率 1 存在线性关系

D. $\rho_{XY}=-1$ 时，$Y$ 与 $X$ 无线性关系

三、解答下列各题（每题 10 分，共 50 分）

1. 已知事件 $A, B$ 满足 $P(AB)=P(\overline{A}\,\overline{B})$，记 $P(A)=p$，试求 $P(B)$.

2. 向区间（0，1）内任意投掷 $n$ 点，以 $X$ 表示落入区间（0.8，1）内的点数，试求

(1) $P(X\ge 1)$；　(2) $EX^2$.

3. 已知随机变量 $X$ 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases} Ax & 0<x<1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

① 求常数 $A$；

② 求 $P(X>1/2)$.

4. 设$(X,Y)$的联合密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}4xy & 0<x<1,\ 0<y<1\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$$

① 求$P(X+Y>1)$；

② 判断$X$、$Y$是否独立.

5. 设$X$表示掷三颗均匀骰子出现的点数之和，求$EX$和$DX$

四、解答下列各题（每题10分，共60分）

1. 已知$X\sim N(0,1)$，求$Y=X^2$的概率密度.

2.袋中有2个白球3个红球，今从袋中随机取2个球，以$X$表示取到红球的个数，求$EX$.

3.设随机变量$X$与$Y$相互独立，且均服从区间$[0,3]$上的均匀分布，求

$P\{\max\{X,Y\}\le 1\}$

4.设$A$，$B$为两个随机事件,且$P(A)=\frac{1}{4}$, $P(B|A)=\frac{1}{3}$, $P(A|B)=\frac{1}{2}$, 令

$$X=\begin{cases}1, & A\text{发生},\\ 0, & A\text{不发生},\end{cases}\qquad Y=\begin{cases}1, & B\text{发生},\\ 0, & B\text{不发生}.\end{cases}$$

求 $Z=X^2+Y^2$ 的概率分布.

5.设总体$X\sim N(\mu,1)$，$X_1,\cdots,X_{16}$为来自总体的样本，求$\mu$的最大似然估计.

6. 车辆厂生产的螺杆直径服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，现从中抽取5支，测得直径（单位：毫米）为

22.3　21.5　22.0　21.8　21.4

如果$\sigma^2$未知，试问直径均值$\mu=21$是否成立？（$\alpha=0.05$，$t_{0.025}(4)=2.776$）