武漢科技大学

二00八年招收硕士研究生入学考试试题答案

考试科目及代码：运筹学试题 836

适用专业：机械制造及其自动化

说明：1. 可使用的常用工具：（有就写明，没有就删除此条）

2. 答题内容写在答题纸上，写在试卷或草稿纸上一律无效。考完后试题随答题纸交回。

3. 考试时间 3 小时，总分值 150 分。

4. 其它需要说明的问题：（有就写明，没有就删除此条）

密 封 线 内 不 要 写 题

1. 判断题（*每题 3 分，共 15 分*）

下面有 **5** 小题，你认为正确的打√，不正确的打×

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
×	×	√	×	√

2. 已判断表 **2.1** 和表 **2.2** 的运输方案可否作为运输问题的初始方案（**10** 分）

表 2.1

	B1	B2	B3	B4	B5	产量
A1	10	20				30
A2		30	40			70
A3				40	20	60
A4					40	40
销量	10	50	40	40	60	200

表 2.2

	B1	B2	B3	B4	B5	产量
A1			5	20		25
A2	15	10				25
A3		25	35	0		60
A4					40	40
销量	15	35	40	20	40	150

解答：

（1） 表 **2.1** 不能作为初始运案。因为只有 **7** 个数字格，少于 **4+5−1** 个。（**5** 分）表 **2.2** 可作为初始运案。因为刚好有 **4+5−1** 个数字格，且不存在全部以数字格为顶点的闭回路。（**5** 分）

3. 已知线性规划问题(15 分)

$$\max \quad z = 5x_1 + 6x_2$$

$$st.\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \le 48 \\ x_1 - x_2 \ge 12 \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0 \end{cases}$$

（1）写出其对偶问题；（5 分）

（2）已知原问题的最优解为 $X^*=(x1,x2)^T=(14.4,2.4)^T$，试根据对偶理论，直接求出对偶问题的解（10 分）

解答：

（1） 对偶问题为：

$$\min \quad w = 48y_1 + 12y_2$$

$$st.\begin{cases} 3y_1 + y_2 \ge 5 \\ 2y_1 - y_2 \ge 6 \\ y_1 \ge 0, y_2 \le 0 \end{cases}$$

（2） 对偶问题的解为 $B=\begin{bmatrix}3 & 2\\ 1 & -1\end{bmatrix}$ (2 分)

$$B^{-1} = -\frac{1}{5}\begin{bmatrix}-1 & -2\\ -1 & 3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1/5 & 2/5\\ 1/5 & -3/5\end{bmatrix}$$ （2 分）

$$Y^{*T} = C_B B^{-1} = [5 \quad 6]\begin{bmatrix}1/5 & 2/5\\ 1/5 & -3/5\end{bmatrix} = [11/5, -8/5]$$ （6 分）

4. 已知下列线性规划问题，且 $20 \ge d > 0$，运用图解法求解下列问题（20 分）

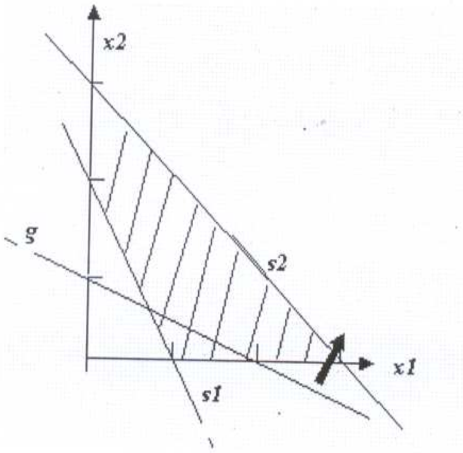
$$\max \quad z = x_1 + dx_2$$

$$st.\begin{cases} 2x_1 + x_2 \ge 2 \\ x_1 + x_2 \le 3 \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0 \end{cases}$$

（1） 当 d 取何值时，该问题有无穷多最优解，最优目标函数值为多少？（8 分）

（2） 若该问题有唯一最优解，d 的取值范围为多少，且最优解为多少？（12 分）

解答：



（1） 画出可行域（2 分）

（2） 当目标函数与约束 s2 重叠时，可得无穷多解，此时目标函数的斜率为 k_d=-1/d，s2 的斜率为 ks2＝－1，因此

有-1/d＝-1，d＝1，最优目标函数值为：0＋1×3＝3

（6 分）

（3） 由 $d \in (0,20]$ 知 k_d 的取值范围在（－∞，－1/20]，由图解法可知当目标函数的斜率在（－∞，－1）之间时，取得唯一解为（3，0），

即当 $d \in (0,1)$ 时，取得唯一解为（3，0）；

当目标函数的斜率在（－1，0）之间时，取得唯一解为（0，3），

即当 $d \in [1,20]$ 时，取得唯一解为（0，3）；

（二者之答出一个得 8 分，全答出得 12 分）

5. 已知某线性规划问题的单纯形表（见表 4.1）和利用单纯形法迭代几步后的表（见表 4.2），试求括弧中未知数（a-k）的值。（25 分）

表 4.1

		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_4	6	2	(c)	(d)	1	0
x_5	1	(b)	3	(e)	0	1
c_j-z_j		3	(a)	2	0	0

表 4.2

		x_1	x_2	X_3	x_4	x_5
x_1	(f)	(g)	2	-1	1/2	0
x_5	4	(h)	(i)	1	1/2	1

c_j -z_j	**0**	**-7**	**(j)**	**(k)**	**0**

（1）$B=\begin{bmatrix}2 & 0\\ b & 1\end{bmatrix}$（**1** 分）　$B^{-1}=\begin{bmatrix}1/2 & 0\\ -b/2 & 1\end{bmatrix}$ **(2** 分**)**

（2）由 $C-C_BA'=(3\quad a\quad 2\quad 0\quad 0)-(3\quad 0)\begin{bmatrix}g & 2 & -1 & 1/2 & 0\\ h & i & 1 & 1/2 & 1\end{bmatrix}$

$=C'=(0\quad -7\quad j\quad k\quad 0)$

解得 **a＝-1, g＝1, j=5, k=-3/2　(8** 分**)**

（3）由 $B^{-1}b=\begin{bmatrix}1/2 & 0\\ -b/2 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}6\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}f\\4\end{bmatrix}$

解得　**f=3, b=-1**　（**4** 分）

（4）　由 $B^{-1}A=\begin{bmatrix}1/2 & 0\\ 1/2 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & c & d & 1 & 0\\ -1 & 3 & e & 0 & 1\end{bmatrix}$

$=A'=\begin{bmatrix}1 & 2 & -1 & 1/2 & 0\\ h & i & 1 & 1/2 & 1\end{bmatrix}$

解得：**c=4, d=-2, e=2, h=0, i=5**　（**10** 分）

6. 已知以下线性规划问题（*25* 分）

$$\max \quad z=2x_1-x_2+x_3$$

$$st.\begin{cases}x_1+x_2+x_3\le 6\\ -x_1+2x_2\le 4\\ x_1\ge 0, x_2\ge 0, x_3\ge 0\end{cases}$$

其最优单纯形表为：

			c1	*c2*	*c3*	*c4*	*c5*
			2	-1	1	0	0
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
2	x_1	6	1	1	1	1	0
0	x_5	10	0	3	1	1	1
		12	0	-3	-1	-2	0

请分析最优解的变化情况

（1） 当目标函数变为 max $z = 2x_1 + 3x_2 + x_3$（12 分）

（2） 当目标函数为 max $z = 2x_1 + 3x_2 + x_3$，约束右端变为(3，4)^{T}时最优解的变化 （13 分）

解：

当目标函数变为 max $z = 2x_1 + 3x_2 + x_3$

① C_2对应的变量 x_2为非基变量，$\Delta c_2 \le -\sigma_2 = 3$，所以不影响最优解的 c_2变化范围为 $c_2<=2$;

② 将 $c_2=3$ 代入最优表，重计算$\sigma_2 = 3-1*2-3*0 = 1 > 0$，基改变，$\theta_1 = 6/1, \theta_2 = 10/3$，所以基变量由（$x_1,x_5$）变为($x_1,x_2$)

③ 重新进行单纯形迭代得

			c1	c2	c3	c4	c5
			2	-1	1	0	0
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
2	x_1	8/3	1	0	2/3	2/3	-1/3
3	x_2	10/3	0	1	1/3	1/3	1/3
		12	0	0	-4/3	-7/3	-1/3

新的最优解为 $x^* = [x_1, x_2]^T = [8/3, 10/3]^T$

（2） 当目标函数为 max $z = 2x_1 + 3x_2 + x_3$，约束右端变为(3，4)^{T}时最优解的变化

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \qquad B^{-1} = \begin{bmatrix} 2/3 & -1/3 \\ 1/3 & 1/3 \end{bmatrix}$$

由 $X_B' = b' + B^{-1}\Delta b \ge 0$ 得

$$\begin{bmatrix} 8/3 \\ 10/3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2/3 & -1/3 \\ 1/3 & 1/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2/3 \\ 7/3 \end{bmatrix} \ge 0$$

新解为 $x^{*T}=[x_1,x_2]=[2/3,7/3]$

7. 某企业计划下月组织三种产品生产，其费用见下表。请你为其制定一个生产计划，使总收益最大。（20 分）

产品 单耗量 资源	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	资源量
A	2	4	8	500
B	2	3	4	300
C	1	2	3	100
单件可变费用	4	5	5	
固定费用	100	150	200	
单件售价	8	10	12	

解：设 xj 为第 j 种产品的产量，再设 $y_j=\begin{cases}0 & \text{不生产j种产品}\\ 1 & \text{生产j种产品}\end{cases}$

其数学模型为：

$$Max \quad 4x_1+5x_2+7x_3-100y_1-150y_2-200y_3$$

$$S.t.\begin{cases}2x_1+4x_2+8x_3\le 500\\ 2x_1+3x_2+4x_3\le 300\\ x_1+2x_2+3x_3\le 100\\ x_1\le M_1y_1\\ x_2\le M_2y_2\\ x_3\le M_3y_3\\ x_j\ge 0,\text{且为整数，} j=1,2,3\\ y_j\text{=0或1，} j=1,2,3\end{cases}$$

8. 某公司的生产数据如下表：

产品	A	B	限量
原材料	5	10	60
设备工时	4	4	40
利润	6	8	

其生产要求为：

1) 由于产品 B 销售疲软，故希望产品 B 的产量不超过产品 A 的一半；

2) 原材料严重短缺，生产中应避免过量消耗；

3) 最好能节约 4h 设备工时；

4) 计划利润不少于 48 元。

决策为:

1) 原材料使用限额不得突破；

2) 产品 B 产量要求必须优先考虑；设备工时问题其次考虑；

3) 考虑计划利润的要求。类似这样的多目标决策问题是典型的目标规划问题。

请应用目标规划方法，建立其目标规划的数学模型。（20 分）

解：设 x_j 为第 j 种产品的产量，d_j^+、d_j^-为第 j 种产品产量的上下偏差，

其数学模型为：

$$Min\quad Z = P_1 d_1^- + P_2 d_2^+ + P_3 d_3^-$$

$$S.t.\begin{cases} 5x_1 + 10x_2 \le 60 \\ x_1 - 2x_2 + d_1^- - d_1^+ = 0 \\ 4x_1 + 4x_2 + d_2^- - d_2^+ = 36 \\ 6x_1 + 8x_2 + d_3^- - d_3^+ = 48 \\ x_1, x_2 > 0, d_i^-, d_i^+ > 0, i = 1,2,3 \end{cases}$$