

武汉大学

二〇〇八年招收硕士研究生入学考试试题参考答案

考试科目及代码： 工程力学 840

适用专业： 工程力学、采矿工程、岩土工程

说明：1. 可使用的常用工具：计算器、画图工具

2. 答题内容写在答题纸上，写在试卷或草稿纸上一律无效。考完后试题随答题纸交回。

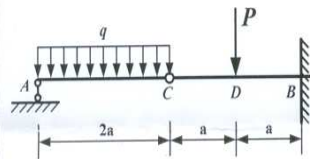
3. 考试时间 3 小时，总分值 150 分。

1 填空题（每空 2 分，共 30 分）

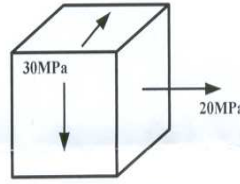
(1) 低碳钢试件拉伸时，其应力应变关系可分为 弹性、屈服（或流动）、强化、颈缩断裂（或局部变形） 四个阶段。

(2) 空心圆轴其内外径之比为 3，扭转时轴内的最大剪应力为 30MPa，此时横截面上内边缘的剪应力为 10 MPa。

(3) 用积分法求图示梁变形时，边界条件为 $y_A=0$ 、 $y_B=0$ 、 $\theta_B=0$ 。连续条件为 $(y_C)_1=(y_C)_2$ 、 $(y_D)_1=(y_D)_2$ 、 $(\theta_D)_1=(\theta_D)_2$ 。



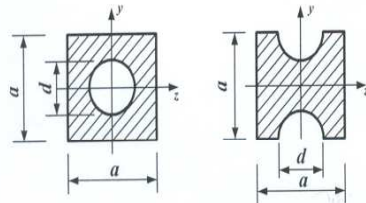
第 1. (3) 题图



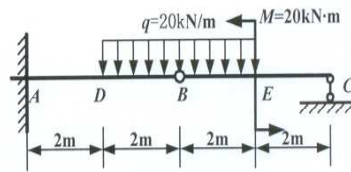
第 1. (4) 题图

(4) 图示单元体的最大正应力为 30 MPa，最大剪应力为 30 MPa。

(5) 通过比较下列图形对各自形心轴 y 、 z 的轴惯性矩大小，可得出它们之间的关系为： $(I_y)_a = (I_y)_b$ ， $(I_z)_a > (I_z)_b$ （填写“>”、“=”或“<”）



第 1. (5) 题图



第 2 题图

2 试求图示结构在 A、C 处的约束反力。（10 分）

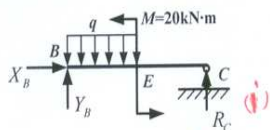
准考证号：

报考专业：

姓名：

密封线内不要写题

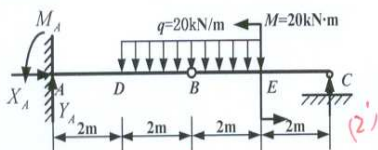
解：以 BC 为研究对象



$$\begin{aligned} \sum X = 0 &\Rightarrow X_B = 0 \quad (1) \\ \sum Y = 0 &\Rightarrow Y_B - q \cdot 2 + R_C = 0 \quad (1) \\ \sum M_B(F) = 0 &\Rightarrow -q \cdot 2 \cdot 1 + M + R_C \cdot 4 = 0 \quad (1) \end{aligned}$$

可解得： $X_B = 0$, $Y_B = 35 \text{ kN}$, $R_C = 5 \text{ kN}$ (10分)

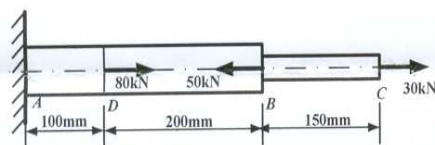
以系统为研究对象



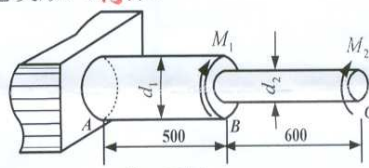
$$\begin{aligned} \sum X = 0 &\Rightarrow X_A = 0 \quad (1) \\ \sum Y = 0 &\Rightarrow Y_A - q \cdot 4 + R_C = 0 \quad (1) \\ \sum M_A(F) = 0 &\Rightarrow M_A - q \cdot 4 \cdot 4 + M + R_C \cdot 8 = 0 \quad (1) \end{aligned}$$

可解得： $X_A = 0$, $Y_A = 75 \text{ kN}$, $M_A = -260 \text{ kN} \cdot \text{m}$ (10分)

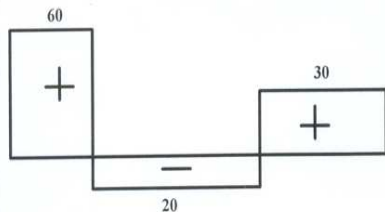
3 如图所示圆形截面杆，AB 段直径为 30mm，BC 段直径为 20mm，弹性模量 $E=200\text{GPa}$ 求：(1)杆的最大应力；(2)杆件的总变形。(10分)



第 3 题图



第 4 题图



解：(1) 内力图如图所示。

$$\text{AD 段: } \sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{60 \times 10^3}{\frac{3.14}{4} \times 30^2 \times 10^{-6}} = 84.9 \text{ MPa} \quad (3)$$

$$\text{BC 段: } \sigma_3 = \frac{N_3}{A_3} = \frac{30 \times 10^3}{\frac{3.14}{4} \times 20^2 \times 10^{-6}} = 95.5 \text{ MPa} \quad (3)$$

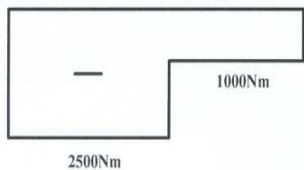
故杆的最大应力为 95.5 MPa (10分) (1)

(2) 杆件的总变形为三部分变形之和：

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 = \frac{N_1 l_1}{EA_1} + \frac{N_2 l_2}{EA_2} + \frac{N_3 l_3}{EA_3} = \frac{60 \times 10^3 \times 100 \times 10^{-3}}{200 \times 10^9 \times \frac{3.14}{4} \times 30^2 \times 10^{-6}} + \frac{(-20) \times 10^3 \times 200 \times 10^{-3}}{200 \times 10^9 \times \frac{3.14}{4} \times 30^2 \times 10^{-6}} + \frac{30 \times 10^3 \times 150 \times 10^{-3}}{200 \times 10^9 \times \frac{3.14}{4} \times 20^2 \times 10^{-6}} = 8.5 \times 10^{-5} m$$

4 变截面轴受力如图所示, A 端固定。\$M_1=1500\text{Nm}\$, \$M_2=1000\text{Nm}\$, \$d_1=70\text{mm}\$, \$d_2=50\text{mm}\$, AB 段长 500mm, BC 段长 600mm, 材料的切变模量 \$G=80.4\text{GPa}\$。(1) 试画出扭矩图; (2) 轴内最大切应力; (3) 轴内最大相对扭转角。(10分)

解: (1) 扭矩图如图所示。



(2) AB 段: $\tau_1 = \frac{T_1 \rho_1}{I_{p1}} = \frac{2500 \times 35 \times 10^{-3}}{\frac{3.14}{32} \times 70^4 \times 10^{-12}} = 37.1 \text{MPa}$

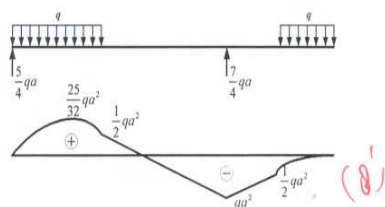
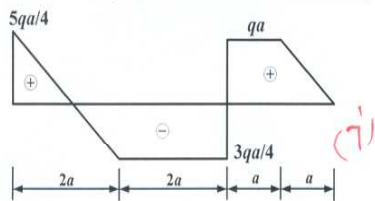
BC 段: $\tau_2 = \frac{T_2 \rho_2}{I_{p2}} = \frac{1000 \times 25 \times 10^{-3}}{\frac{3.14}{32} \times 50^4 \times 10^{-12}} = 40.8 \text{MPa}$

故轴内的最大切应力为 40.8MPa (10分)

(3)

$$\varphi_{\max} = \varphi_{AC} = \varphi_{AB} + \varphi_{BC} = \frac{T_1 l_1}{GI_{p1}} + \frac{T_2 l_2}{GI_{p2}} = \frac{2500 \times 500 \times 10^{-3}}{80.4 \times 10^9 \times \frac{3.14}{32} \times 70^4 \times 10^{-12}} + \frac{1000 \times 600 \times 10^{-3}}{80.4 \times 10^9 \times \frac{3.14}{32} \times 50^4 \times 10^{-12}} = 0.019 \text{rad}$$

5 已知梁的剪力图如下图所示, 试作出此梁的载荷图(包括支座)和弯矩图, 并说明各特征点值(注: 梁上无集中力偶作用)。(10分)



特殊点的值见图中。(每图 10分)

6 单元体的应力状态如图所示。试求：(1) 主应力的大小和方向，并在图中画出主应力单元体；(2) 最大剪应力。(20 分)

解： $\sigma_x = -50MPa$, $\sigma_y = +30MPa$, $\tau_{xy} = +20MPa$

$$\sigma_{\max} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \frac{-50 + 30}{2} + \sqrt{\left(\frac{-50 - 30}{2}\right)^2 + 20^2} = +34.72MPa(\text{拉应力})$$

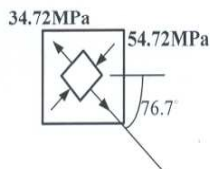
$$\sigma_{\min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \frac{-50 + 30}{2} - \sqrt{\left(\frac{-50 - 30}{2}\right)^2 + 20^2} = -54.72MPa(\text{压应力}) \quad (5 \text{分})$$

$$\sigma_1 = \sigma_{\max} = 34.72MPa, \quad \sigma_2 = 0, \quad \sigma_3 = -54.72MPa \quad (5 \text{分})$$

$$\tan \theta_p = \frac{\sigma_x - \sigma_{\max}}{\tau_{xy}} = \frac{-50 - 34.72}{20} = -4.236 \quad \therefore \theta_p = -76.7$$

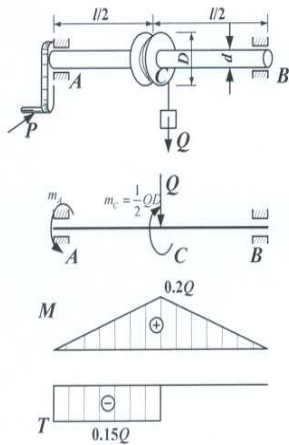
即将 x 轴正向顺时针旋转 76.7 至 σ_{\max} 作用面外法线方向。

主单元体如图所示。(5 分)



$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{34.72 - (-54.72)}{2} = 44.72MPa \quad (5 \text{分})$$

7 图示手摇绞车，已知圆轴的直径 $d=20mm$ ，卷筒直径 $D=300mm$ ，两轴承间的距离 $l=800mm$ ，轴的许用应力 $[\sigma]=80MPa$ 。试按第三强度理论计算绞车能起吊的最大安全载荷 Q 。(20 分)



(5 分)

解：将载荷 Q 向轮心平移，画出弯矩图和扭矩图，确定 C 为危险面

$$M = \frac{Ql}{4} = \frac{Q}{4} \times 0.8 = 0.2Q, \quad T = \frac{QD}{2} = \frac{Q}{2} \times 0.3 = 0.15Q$$

$$W_z = \frac{\pi D^3}{32}$$

$$\sigma_{r3} = \frac{\sqrt{M^2 + T^2}}{W_z} = \frac{M_{r3}}{W_z} \leq [\sigma]$$

$$\sigma_{r3} = \frac{\sqrt{(0.2Q)^2 + (0.15Q)^2}}{\frac{\pi \times 0.02^3}{32}} \leq 100 \times 10^6$$

由此解得: $Q \leq 314N$

即最大安全载荷为 314N(15 分)

8 如图所示结构中, 梁 AB 为 No.14 普通热轧工字钢, CD 为圆截面直杆, 其直径为 $D=50mm$, 二者材料均为 Q235 钢。结构受力如图所示, A、C、D 三处均为铰链约束。已知 $F=15kN$, $l_1=2m$, $l_2=1m$, No.14 普通热轧工字钢的 $W_z=102cm^3$, $A=21.5cm^2$, $E=206GPa$, $\sigma_p=200MPa$, $\sigma_s=235MPa$, $a=304MPa$ 和 $b=1.12MPa$ 。梁的强度安全因素 $n_s=1.5$, 杆的稳定安全因素 $n_{st}=1.8$ 。试校核此结构是否安全。(20 分)

解: 梁 AB 的强度校核

AB 在截面 C 处弯矩最大, 该处横截面为危险截面, 其上的弯矩为

$$M_{max} = Fl_1 = 15 \times 2 = 30kN \cdot m$$

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_z} = \frac{30 \times 10^3}{102 \times 10^{-6}} = 294.1MPa$$

$$[\sigma] = \frac{\sigma_s}{n_s} = \frac{235}{1.5} = 156.7MPa$$

$$\because \sigma_{max} = 294.1MPa > [\sigma] = 156.7MPa$$

所以梁 AB 的强度不够。(5 分)

校核压杆 CD 的稳定性

由平衡方程求得压杆 CD 的轴向压力

$$F_{CD} = 2F = 2 \times 15 = 30kN$$

因为是圆截面杆, 故惯性半径

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} = \frac{D}{4} = 12.5mm$$

又因为两端为球铰约束, $\mu=1$, 所以

$$\lambda = \frac{\mu l}{i} = \frac{1 \times 1}{12.5 \times 10^{-3}} = 80$$

$$\lambda_p = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_p}} = 3.14 \times \sqrt{\frac{206 \times 10^9}{200 \times 10^6}} = 100.8$$

$$\lambda_s = \frac{a - \sigma_s}{b} = \frac{304 - 235}{1.12} = 61.6$$

$\because \lambda_s < \lambda < \lambda_p$ \therefore 此杆为中柔度杆。

$$\sigma_{cr} = a - b\lambda = 304 - 1.12 \times 80 = 214.4MPa$$

$$F_{cr} = \sigma_{cr} A = 214.4 \times 10^6 \times \frac{3.14}{4} \times 20^2 \times 10^{-6} = 67.6kN$$

压杆的工作安全因素

$$n_w = \frac{F_{cr}}{F_{CD}} = \frac{67.6}{30} = 2.24 > n_{st} = 1.8$$

故压杆的稳定性是安全的。(15 分)

