

武汉大学

二〇〇八年招收硕士研究生入学考试试题

考试科目及代码： 离散数学 852

适用专业： 计算机系统结构、计算机软件与理论、计算机应用技术

说明：1. 答题内容写在答题纸上，写在试卷或草稿纸上一律无效。考完后试题随答题纸交回。
2. 考试时间3小时，总分值 150 分。

一、判断题：(20分，每题2分)

1. 设 $A = \{1, 2\}$, $B = \{a\}$, 则 $2^A \cup 2^B = 2^{(A \cup B)}$. ()
2. 设 $P \cup Q = Q$, $P \cap Q = \emptyset$, 则 $P = Q$. ()
3. 有单位元且适合消去律的有限半群一定是群. ()
4. 设 A 是一个集合, 则 $(P(A), \subseteq)$ 是有补格. ()
5. $K_{5,3}$ 不是哈密顿图. ()
6. 在完全二元树中, 若有 t 片树叶, 则其边的总数 $e = 2t - 1$. ()
7. 集合 A 上的恒等关系是一个双射函数. ()
8. 设 $G = \langle V, E \rangle$ 是连通图, $e \in E$ 是 G 的割边, 则 e 在 G 的每棵生成树中. ()
9. 任何两个具有 2^n 个元素的有限布尔代数都是同构的. ()
10. 若 R 和 S 是集合 A 上的等价关系, 则 $R \cup S$ 一定是等价的. ()

二、填空题：(20分，每空2分)

1. 含有5个结点，4条边的无向连通图（不同构）有_____个，它们是_____。
2. 当 $|G| = 8$ 时，群 $\langle G, * \rangle$ 只能有_____阶非平凡子群，不能有_____阶子群，其平凡子群为_____。
3. 在一个有 n 个元素的集合上，可以有_____种不同的关系，有_____种不同的函数。
4. 任意一个无限群有_____个子群。
5. 仅当 n _____ 时， K_n 为平面图。
6. 设 $P(x)$: x 是奇数， $Z(x)$: x 是整数，则语句“不是所有整数都是奇数”所对应的谓词公式为：_____。

三、综合题：(110分)

1. 设 $A = \{\emptyset\}, B = P(P(A))$, 问下列各题是否正确? (10分)

a) $\emptyset \in B, \emptyset \subseteq B$;

b) $\{\emptyset\} \in B, \{\emptyset\} \subseteq B$;

c) $\{\{\emptyset\}\} \in B, \{\{\emptyset\}\} \subseteq B$.

2. 用谓词逻辑方法证明: (10分)

任何人如果他喜欢步行, 他就不喜欢乘汽车; 每一个人或者喜欢乘汽车, 或者喜欢骑自行车; 有的人不爱骑自行车, 因而有的人不爱步行。

3. 证明: 若无向图中只有两个奇结点, 则这两个结点间相互可达。(10分)

4. 证明: 每个面至少有4条边围成的任何连通简单平面图中, $m \leq 2n - 4$, 其中 n 为结点数, m 为边数。(10分)

5. 试用有向图描述以下问题的解决路径: (10分)

一个人带一只狼、一只羊和一担白菜过河, 但渡船太小, 这个人一次只能带狼或羊或白菜三者之一过河。问题是没有人管理时, 狼会吃羊, 羊也会吃白菜。在这些条件约束下, 人怎样才能将狼、羊、白菜从左岸带到右岸?

6. 设 a 和 b 是格 (A, \leq) 中的两个元素, 证明: 当且仅当 a 和 b 是不可比较时, 才有 $a \wedge b < a$ 和 $a \wedge b < b$ 。(10分)

7. 设 $\langle H, * \rangle$ 是独异点, 且 H 中任意 x , 有 $x * x = e$, 其中 e 为单位元, 试证明: $\langle H, * \rangle$ 是交换群。(10分)

8. 设正整数的序偶集合 A , 在 A 上定义二元关系 R 如下: $\langle \langle x, y \rangle, \langle u, v \rangle \rangle \in R$, 当且仅当 $xv = yu$, 证明: R 是一个等价关系。(10分)

9. 求合式公式 $\neg((\forall x)(\exists y)F(a, x, y) \rightarrow (\exists x)(\neg(\forall y)G(y, b) \rightarrow H(x)))$ 的无 \exists 前束范式。(10分)

10. 若 G 为简单图, 且 $m > C_{n-1}^2$, 则 G 是连通的, 其中 m 和 n 分别为该图的边数和顶点数。(20分)