

武汉科技大学

二〇〇九年硕士研究生入学考试试题

(参考答案)

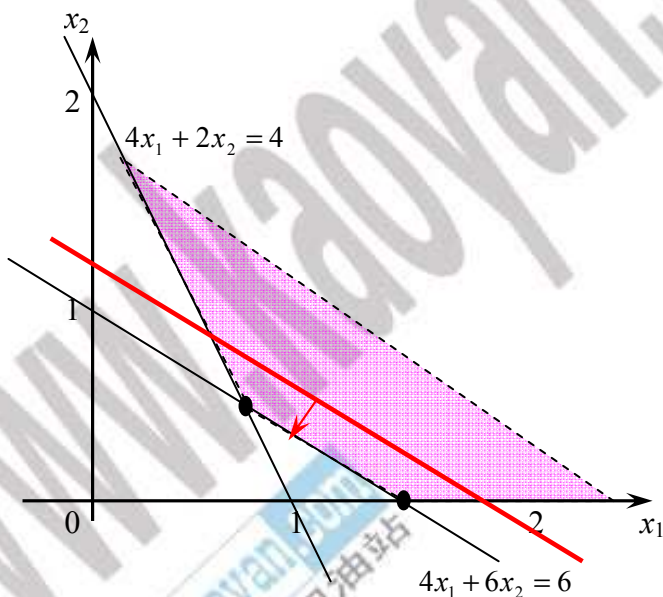
考试科目代码及名称：813 矿业运筹学

1. (15 分) 某矿采掘计划模型如下，用图解法求解该问题，并指出问题具有惟一最优解、无穷多最优解、无界解还是无可行解。

$$\min z = 2x_1 + 3x_2$$

$$s.t. \begin{cases} 4x_1 + 6x_2 \geq 6 \\ 4x_1 + 2x_2 \geq 4 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

解：图解过程见下图



$$\text{有: } X^* = \alpha(1.5, 0)^T + (1 - \alpha)(0.75, 0.5)^T \quad Z^* = 3$$

该问题有无穷多最优解。

2. (15 分) 将下列线性规划问题化为标准形式，并列初始单纯形表。

$$\min z = 3x_1 + x_2 - 2x_3$$

$$s.t. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 \leq 12 \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 8 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 = 5 \\ x_1 \geq 0, x_2 \text{ 无约束}, x_3 \leq 0 \end{cases}$$

解：原问题标准化为： $\max z' = -3x_1 - x_2' + x_2'' - 2x_3'$

$$s.t. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2' - 3x_2'' + 4x_3' + x_4 & = 12 \\ 4x_1 + x_2' - x_2'' - 2x_3' - x_5 + x_6 & = 8 \\ 3x_1 - x_2' + x_2'' - 3x_3' & + x_7 = 5 \\ x_1, x_2', x_2'', x_3', x_4, x_5, x_6, x_7 \geq 0 \end{cases}$$

其初始单纯形表为：

C_j			-3	-1	1	-2	0	0	0	0
X_j			x_1	x_2'	x_2''	x_3'	x_4	x_5	x_6	x_7
0	x_4	12	2	3	-3	4	1	0	0	0
0	x_6	8	4	1	-1	-2	0	-1	1	0
0	x_7	5	3	-1	1	-3	0	0	0	1
$c_j - z_j$			-3	-1	1	-2	0	0	0	0

3. (15 分) 已知某线性规划问题用单纯形法迭代时得到中间某两步的单纯形表如表所示，试将表中空白处数字填上。

			3	5	4	0	0	0
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
5	x_2	8/3	2/3	1	0	1/3	0	0
0	x_5	14/3	-4/3	0	5	-2/3	1	0
0	x_6	29/3	5/3	0	4	-2/3	0	1
	$c_j - z_j$		-1/3	0	4	-5/3	0	0
	\vdots				\vdots			
5	x_2	50/41	0	1	0	15/41	8/41	-10/41
4	x_3	62/41	0	0	1	-6/41	5/41	4/41
3	x_1	89/41	1	0	0	-2/41	-12/41	15/41
	$c_j - z_j$		0	0	0	-45/41	-24/41	-11/41

4. (15 分) 用对偶单纯形法求解下列线性规划问题。

$$\min z = 5x_1 + 2x_2 + 4x_3$$

$$s.t. \begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 4 \\ 6x_1 + 3x_2 + 5x_3 \geq 10 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

解：用对偶单纯形法求解有：

C_j		-5	-2	-4	0	0	b
C_B	X_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
0	x_4	-3	-1	-2	1	0	-4
0	x_5	-6	-3*	-5	0	1	-10
σ_j		-5	-2	-4	0	0	
0	x_4	-1*	0	-1/3	1	-1/3	-2/3
2	x_2	2	1	5/3	0	-1/3	10/3
σ_j		-1	0	-2/3	0	-2/3	20/3
5	x_1	1	0	1/3	-1	1/3	2/3
2	x_2	0	1	1	2	-1	2
σ_j		0	0	-1/3	-1	-1/3	22/3

∴ 规划问题最优解为 $X^*=(2/3, 2, 0)^T$; $Z^*=22/3$

5. (20 分) 东兴煤炭公司下属吉祥、平安、双福三个煤矿，年生产能力分别为 120、160、100 万 t。公司同 3 个城市签订了下年度的供货合同：城市 1-110 万 t，城市 2-150 万 t，城市 3-70 万 t，但城市 3 表示愿购买剩余的全部煤炭。另有城市 4 虽未签订合同，但也表示只要公司有剩余煤炭，愿全部收购。已知从各矿至 4 个城市的煤炭单位运价见表。将此问题归结为运输问题，列出相应的产销平衡表与单位运价表。

单位运价表

单位：元/t

城市 煤矿		1	2	3	4	
		吉祥	8	7	5	2
		平安	5	2	1	3
		双福	6	4	3	5

解：该问题的运输问题产销平衡表与单位运价表为

城市 煤矿		1	2	3	3'	4'	产量	
		吉祥	8	7	5	5	2	120
		平安	5	2	1	1	3	160
		双福	6	4	3	3	5	100
		虚设矿山	M	M	M	0	0	50
销量		110	150	70	50	50		

6. (20 分) 某矿下列五名青工的 A、B、C、D 四项操作成绩(单位：s)如

表所示。试问如何从中选拔一个四人组合，其中每项操作必须由 1 人完成，且每人只能完成 1 项操作，使预期总操作时间最短。

	赵	钱	张	王	周
A	37.7	32.9	38.8	37.0	35.4
B	43.4	33.1	42.2	34.7	41.8
C	33.3	28.5	38.9	30.4	33.6
D	29.2	26.4	29.6	28.5	31.1

解：原问题用匈牙利算法求解为：

$$C = \begin{bmatrix} 37.7 & 32.9 & 38.8 & 37.0 & 35.4 \\ 43.4 & 33.1 & 42.2 & 34.7 & 41.8 \\ 33.3 & 28.5 & 38.9 & 30.4 & 33.6 \\ 29.2 & 26.4 & 29.6 & 28.5 & 31.1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ 变换后: } C_1 = \begin{bmatrix} 4.8 & 0 & 5.9 & 4.1 & 2.5 \\ 10.3 & 0 & 9.1 & 1.6 & 8.7 \\ 4.8 & 0 & 10.4 & 1.9 & 5.1 \\ 2.8 & 0 & 3.2 & 2.1 & 4.7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

再变换为：

$$C_2 = \begin{bmatrix} 3.2 & 0 & 4.3 & 2.5 & 0.9 \\ 8.7 & 0 & 7.5 & 0 & 7.1 \\ 3.2 & 0 & 8.8 & 0.3 & 3.5 \\ 1.2 & 0 & 1.6 & 0.5 & 3.1 \\ 0 & 1.6 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ 再变换: } C_3 = \begin{bmatrix} 2.3 & 0 & 3.4 & 2.5 & 0 \\ 7.8 & 0 & 6.6 & 0 & 6.2 \\ 2.3 & 0 & 7.9 & 0.3 & 2.6 \\ 0.3 & 0 & 0.5 & 0.5 & 2.2 \\ 0 & 2.5 & 0 & 0.9 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{再变换为: } C_4 = \begin{bmatrix} 2.0 & 0 & 3.1 & 2.5 & 0 \\ 7.5 & 0 & 6.3 & 0 & 6.2 \\ 2.0 & 0 & 7.6 & 0.3 & 2.6 \\ 0 & 0 & 0.2 & 0.5 & 2.2 \\ 0 & 2.8 & 0 & 1.2 & 0.3 \end{bmatrix}$$

$$\therefore X^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad Z^* = 127.8$$

7. (15 分) 某项矿山工程有三个设计方案。据现有条件，这些方案不能按期完成的概率分别为 0.40, 0.60, 0.80, 即三个方案均完不成的概率为 $0.40 \times 0.60 \times 0.80 = 0.192$ 。为使这三个方案中至少完成一个的概率尽可能大，决定追加 2

万元投资，当使用追加投资后，上述方案完不成的概率见下表。问应如何分配追加投资，使其中至少有一个方案完成的概率为最大。（只建模型）

追加投资 (万元)	各方案完不成的概率		
	1	2	3
0	0.40	0.60	0.80
1	0.20	0.40	0.50
2	0.15	0.20	0.30

解：(1) 阶段：每个设计方案为一阶段，

$K=\{1,2,3,4\}$ ， $k=4$ 为结束阶段。

(2) 状态变量 s_k ：k 阶段初待分派的资金；

$S_1=\{2\}$ 、 $S_2=\{0,1,2\}$ 、 $S_3=\{0,1,2\}$ 。

(3) 决策变量 x_k ：k 阶段分派给 k 设计方案的资金；

$D_1(s_1)=\{0,1,2\}$ 、 $D_2(s_2)=\{0,1,2\}$ 、

$D_3(s_3)=\{s_3\}$ 。

(4) 状态转移方程：

$$s_{k+1}=s_k-x_k$$

(5) 阶段指标函数： $v_k(s_k, x_k)$ 见表所示。

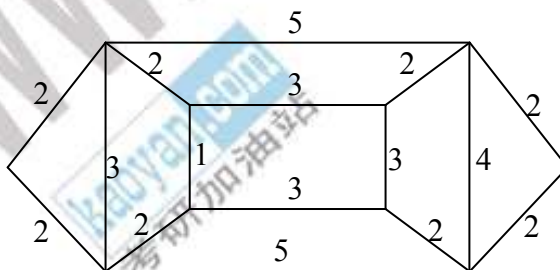
(6) 递推方程：(采用逆推法)

$$f_k(s_k) = \min_{x_k \in D_k(s_k)} \{v(s_k, x_k) \times f_{k+1}(s_{k+1})\}$$

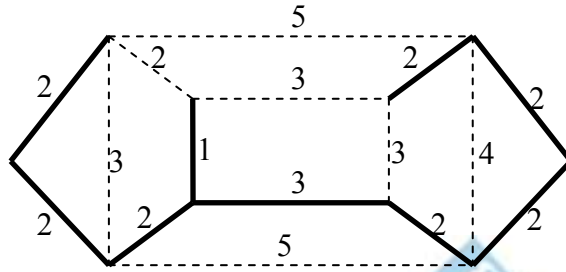
(7) 边界条件：

$$f_4(s_4) = 1$$

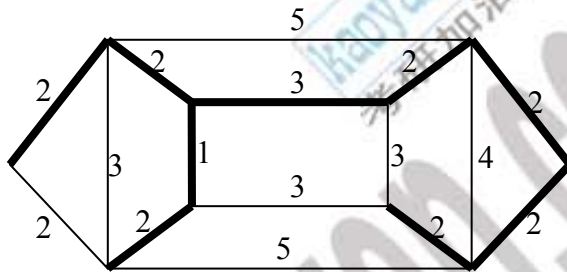
8. (15 分) 分别用破圈法和避圈法求下图的最小部分树。



解：用破圈法求最小部分树为： $W(T_{\min})=18$ 注意有多重解



用避圈法求最小部分树为： $W(T_{min}) = 18$

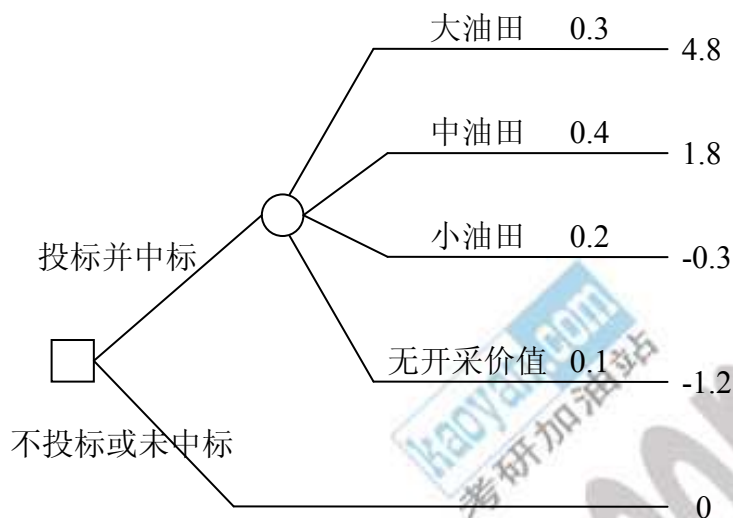


9. (20 分) 有一块海上油田进行勘探和开采的招标。根据地震资料的分析，找到大油田的概率为 0.3，开采期内可赚取 20 亿元；找到中油田的概率为 0.4，开采期内可赚取 10 亿元；找到小油田的概率为 0.2，开采期内可赚取 3 亿元；油田无工业开采价值的概率为 0.1，按招标规定，开采前的勘探等费用均由中标者负担，预期需 1.2 亿元，以后不论油田规模多大，开采期内赚取的利润中标者分成 30%。

- 有 A、B、C 三家公司，其效用函数分别为：
- A 公司 $U(M) = (M + 1.2)^{0.9} - 2$
 - B 公司 $U(M) = (M + 1.2)^{0.8} - 2$
 - C 公司 $U(M) = (M + 1.2)^{0.6} - 2$

试根据效用值，并用期望值法确定每家公司对投标的态度。

解：决策树见下图：



计算效用期望值见下表。

	大油田	中油田	小油田	无开采价值	EMV
	0.3	0.4	0.2	0.1	
A 公司	3.0158	0.6872	-1.0905	-2	0.7615
B 公司	2.1930	0.4089	-1.0802	-2	0.4054
C 公司	0.9302	-0.0668	-1.0613	-2	-0.1560

结论为 A 公司和 B 公司愿参加投标，C 公司不参加投标。

答题毕