

武汉大学

二〇〇九年招收硕士研究生入学考试试题

考试科目及代码： 概率论与数理统计 代码：823

适用专业： 管理科学与工程

可使用的常用工具： 计算器。

答题内容写在答题纸上，写在试卷或草稿纸上一律无效，考完后试题随答题纸交回。

考试时间 3 小时，总分值 150 分。

一、填空题（每小题 4 分，共 20 分）

1. 设袋中有 5 个球，分别编有 1 至 5 的号码。从中任取两球，则取出的两球号码均为奇数的概率为_____。
2. 设随机变量 X 的分布律为

X	1	2	3
	$C/2$	$5/8$	$C/4$

则常数 $C =$ _____

3. 已知 $DX = 4, DY = 1$ ，且 X, Y 相互独立， $Z = X - 2Y$ ，则 $DZ =$ _____
4. 设总体 X 服从 $[0, \theta]$ 上的均匀分布，来自总体的样本容量 $n = 12$ ，样本均值 $\bar{X} = 2.5$ ，则 θ 的矩估计 $\hat{\theta} =$ _____
5. 已知随机变量 $X \sim \chi^2(5)$ ， $\chi^2_{0.05}(5)$ 为 X 的上 α 分位数，则 $P(X \leq \chi^2_{0.05}(5)) =$ _____

二、单项选择题（每小题 4 分，共 20 分）

6. 掷一枚骰子，设 $A = \{\text{出现奇数点}\}$ ， $B = \{\text{出现 1 或 3 点}\}$ ，则下列说法正确的是

(A) $AB = \{\text{出现奇数点}\}$	(B) $A\bar{B} = \{\text{出现 5 点}\}$
(C) $\bar{B} = \{\text{出现 5 点}\}$	(D) $A \cup B = \{\text{出现 5 点}\}$

答：【 】

姓名：_____ 准考证号码：_____ 报考学科、专业：_____ 密封线内不要写题

7. 设 $X \sim N(1, 2^2)$, $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{1}{2}t^2} dt$ 为标准正态分布函数, 则 $P(X < 2) =$

- (A) $\Phi(2)$ (B) $1 - \Phi(2)$

- (C) $\Phi(0.5)$ (D) $1 - \Phi(0.5)$

答: 【 】

8. 设二维随机向量 (X, Y) 的联合分布函数为 $F(x, y)$, 其边缘分布函数为 $F_X(x), F_Y(y)$. 若对某一组固定的数 (x_0, y_0) 有 $F_X(x_0)F_Y(y_0) = F(x_0, y_0)$, 则下列结论正确的是

- (A) X 和 Y 相互独立 (B) X 和 Y 不独立
(C) X 和 Y 可能独立, 也可能不独立 (D) X 和 Y 在 (x_0, y_0) 处独立

答: 【 】

9. 已知总体 $X \sim N(\mu, 3^2)$, 其中 μ 是未知参数, X_1, \dots, X_n 是来自总体 X 的样本, 则下列随机变量不是统计量的为

- (A) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)$ (B) X_1
(C) $X_n - X_1$ (D) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - 3)^2$

答: 【 】

10. 在假设检验中, 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, σ^2 已知, X_1, \dots, X_n 为样本, 若检验问题为

$H_0: \mu \leq \mu_0, H_1: \mu > \mu_0$, 记 $u = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}}$, 则在显著水平 α 下, H_0 的拒绝域为

- (A) $|u| > u_{\alpha/2}$ (B) $u > u_{\alpha}$
(C) $|u| \leq u_{\alpha/2}$ (D) $u < -u_{\alpha}$

答: 【 】

三、解答题 (每小题 10 分, 共 50 分)

11. 已知 $P(A) = \frac{1}{4}, P(B|A) = \frac{1}{3}, P(A|B) = \frac{1}{2}$, 求 $P(A \cup B)$.

12. 袋中共有 10 个球, 其中 4 个白球 6 个红球. 若甲先任取一球不再放回, 乙再任取一球,

求乙取得白球的概率。

13. 已知随机变量 X 的分布律为

X	1	2	3	4
	0.1	0.2	0.3	0.4

设 $F(x)$ 是 X 的分布函数

(1) 求 $F(2.5)$;

(2) 求 $P(1 < X < 3.5)$.

14. 设某位枪手射击时击中目标的概率为 $p(0 < p < 1)$, 该枪手对目标射击 n 次, 记 X 为击中目标的次数, 求

(1) $P(X \geq 1)$;

(2) EX^2 .

15. 已知随机向量 (X, Y) 的联合分布律为

$Y \backslash X$	1	3
2	0.1	0.2
3	0.3	0.4

(1) 判断 X, Y 是否独立;

(2) 求 $P(Y = 1 | X = 2)$.

四、解答题 (每小题 10 分, 共 60 分)

16. 设随机变量 X 的密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

(1) 求 EX ;

(2) 求 EX^2 .

17. 在总体 $N(52.6, 3^2)$ 中随机抽一容量为 36 的样本, 求样本均值 \bar{X} 落在 50.8 到 53.8 之间的概率. (结果用 $\Phi(x)$ 表示)

18. 设总体 X 具有分布律

X	1	2	3
p	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	$(1-\theta)^2$

其中 $\theta(0 < \theta < 1)$ 为未知参数, 已知取得了样本值 $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 1$, 求 θ 的矩估计和最大似然估计.

19. 一台机床加工轴的直径服从正态分布 $N(9.5, 0.2^2)$ (单位: mm), 机床经调整后随机取 16 根测量其直径, 计算得 $\bar{x} = 9.52$ mm, 假设调整后方差不变, 问调整后的机床加工轴的直径有无显著变化? ($\alpha = 0.05, u_{0.025} = 1.96, u_{0.05} = 1.64$).

20. 向区间 $(0, 1)$ 内随机投掷 n 个点, 记 $X_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 为第 i 次投点的坐标, 又设 $Y = \max\{X_1, \dots, X_n\} - \min\{X_1, \dots, X_n\}$, 求 EY .

21. 设 X_1, \dots, X_n 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本, $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$

分别是样本均值和样本方差, 试求常数 C 使得 $T = C \frac{X_{n+1} - \bar{X}}{S_n}$ 服从 t 分布, 并指出分布的自由度.



www.kaoyan.com

