武漢科技大学

二００九年招收硕士研究生入学考试试题答案

考试科目及代码：运筹学试题 836

适用专业：机械制造及其自动化

说明：1.可使用的常用工具：（有就写明，没有就删除此条）

2.答题内容写在答题纸上，写在试卷或草稿纸上一律无效。考完后试题随答题纸交回。

3.考试时间 **3** 小时，总分值 **150** 分。

4.其它需要说明的问题：（有就写明，没有就删除此条）

准考证号码：

报考学科、专业：

姓名：

密封线内不要写题

www.kaoyan.com
kaoyan.com 考研加油站

您所下载的资料来源于 kaoyan.com 考研资料下载中心
获取更多考研资料，请访问 http://download.kaoyan.com

1．判断题（*每题 3 分，共 15 分*）

下面有 5 小题，你认为正确的打√，不正确的打×

（1）	(2)	(3)	(4)	(5)
√	×	√	×	×

2．化为标准形式（15 分）

（1） 令自由变量 $x_3 = x_3^{'} - x_3^{''}$,其中$x_3^{'}$，$x_3^{''} \geq 0$

$$\max \quad Z' = 2x_1 - x_2 - 3x_3^{'} + 3x_3^{''}$$

$$s.t. \begin{cases} 5x_1 + x_2 + x_3^{'} - x_3^{''} + x_4 = 7 \\ x_1 - x_2 - 4x_3^{'} + 4x_3^{''} - x_5 = 2 \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3^{'} + 2x_3^{''} = 5 \\ x_1, x_2, x_3^{'}, x_3^{''}, x_4, x_5 \geq 0 \end{cases}$$

（2） 设想一个虚拟厂家 D，其生产数量=最大需求之和-产量之和
＝210－160＝50;

将具有弹性需求的甲视为甲 1＝基本需求 30，
甲 2＝最大需求－基本需求＝20;

将具有弹性需求的丁视为丁 1＝基本需求 10，
丁 2＝最大需求－基本需求＝50;

虚拟厂家 D 只供应对应最高需求的虚拟商家甲 2 与丁 2，其运输费用为 0;

虚拟厂家 D 对于基本需求的虚拟商家甲 1 与丁 1 的运费为无穷大 M

	甲1	甲2	乙	丙	丁1	丁2	产量
A	16	16	13	22	17	17	50
B	14	14	13	19	12	12	60
C	19	19	20	23	25	25	50
D	M	0	M	0	M	0	50
销量	**30**	**20**	**70**	**30**	**10**	**50**	**210**

您所下载的资料来源于 kaoyan.com 考研资料下载中心
获取更多考研资料，请访问 http://download.kaoyan.com

3. **已知线性规划问题(*15 分*)**

$$\max \quad z = 2x_1 + 4x_2 + x_3 + x_4$$

$$s.t. \quad \begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_4 \le 8 \\ 2x_1 + x_2 \le 6 \\ x_2 + x_3 + x_4 \le 6 \\ x_1 + x_2 + x_3 \le 9 \\ x_j \ge 0, j = 1,\Lambda ,4 \end{cases}$$

（1）写出其对偶问题；（5 分）

（2）已知原问题的最优解为 $X^* = (2,2,4,0)^T$,试根据对偶理论，直接求出对偶问题的解（10 分）

解答：

（1） 对偶问题为：

$$\min \quad w = 8y_1 + 6y_2 + 6y_3 + 9y_4$$

$$s.t. \quad \begin{cases} y_1 + 2y_2 + y_4 \ge 2 \\ 3y_1 + y_2 + y_3 + y_4 \ge 4 \\ y_3 + y_4 \ge 1 \\ y_1 + y_3 \ge 1 \\ y_i \ge 0, i = 1,\Lambda ,4 \end{cases}$$

（2） 将 X*代入原问题的约束得：

$$\begin{cases} 2 + 3*2 + 0 = 8 \\ 2*2 + 2 = 6 \\ 2 + 4 + 0 = 6 \\ 2 + 2 + 4 \le 9 \end{cases}$$

可知：约束 1，2，3 为紧约束，4 为松约束，由松弛互补性可知，$y_4^* = 0$，

而 y_1^*, y_2^*, y_3^* 应使对偶问题的 1，2，3 个约束取等式，解方程组

$$\begin{cases} y_1 + 2y_2 = 2 \\ 3y_1 + y_2 + y_3 = 4 \\ y_3 = 1 \end{cases} \text{得} \begin{cases} y_1^* = \dfrac{4}{5} \\ y_2^* = \dfrac{3}{5} \\ y_3^* = 1 \end{cases}$$

对偶问题的解为 $Y^* = (\frac{4}{5}, \frac{3}{5}, 1, 0)^T$

您所下载的资料来源于 kaoyan.com 考研资料下载中心
获取更多考研资料，请访问 http://download.kaoyan.com

4. **采用变量代换，将下列 0－1 整数规划转换成一个线性 0－1 整数规划（15 分）**

$$\max \quad z = x_1^2 + 2x_2x_3 - x_1x_2x_3 + x_1$$

$$st. \quad \begin{cases} -3x_1 + 4x_2 + x_3 \le 3 \\ x_1, x_2, x_3 \text{为0或1} \end{cases}$$ **（20 分）**

解答：令 $y_1 = x_2x_3 = \begin{cases} 1 & \text{当}x_2=x_3=1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$，$y_2 = x_1x_2x_3 = \begin{cases} 1 & \text{当}x_1=x_2=x_3=1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$，

$x_1 = x_1^2$

原问题可等价为:

$$\max \quad z = 2x_1 + 2y_1 - y_2$$

$$st. \quad \begin{cases} -3x_1 + 4x_2 + x_3 \le 3 \\ y_1 \le x_2 \\ y_1 \le x_3 \\ y_2 \le x_1 \\ y_2 \le x_2 \\ y_2 \le x_3 \\ x_2 + x_3 \le y_1 + 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 \le y_2 + 2 \\ x_1, x_2, x_3, y_1, y_2 \text{为0或1} \end{cases}$$

5. **已知某线性规划问题的单纯形表（见表 5.1）和利用单纯形法迭代几步后的表（见表 5.2）,试求括弧中未知数（a-k）的值。（25 分）**

表 5.1

		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_4	6	(a)	(d)	(c)	1	0
x_5	1	-1	3	(f)	0	1
$c_j - z_j$		(b)	-1	2	0	0

您所下载的资料来源于 kaoyan.com 考研资料下载中心
获取更多考研资料，请访问 http://download.kaoyan.com

表 5.2

		x_1	x_2	X_3	x_4	x_5
x_1	(e)	(h)	2	-1	1/2	0
x_5	4	(g)	(j)	1	1/2	1
c_j -z_j		0	-7	(i)	(l)	(k)

（1）由表 5.2 知 x1,x5 为基变量，因此 h=1,g=0,k=0

$$B^{-1}=\begin{bmatrix}1/2 & 0\\ 1/2 & 1\end{bmatrix}$$ (2 分)

（2）由 $C-C_BA'=(b\quad -1\quad 2\quad 0\quad 0)-(b\quad 0)\begin{bmatrix}1 & 2 & -1 & 1/2 & 0\\ 0 & j & 1 & 1/2 & 1\end{bmatrix}$

$$=C'=(0\quad -7\quad i\quad l\quad 0)$$

解得 b＝3, i=5, l=-3/2 (8 分)

（3）由 $B^{-1}b=\begin{bmatrix}1/2 & 0\\ 1/2 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}6\\ 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}e\\ 4\end{bmatrix}$

解得 e=3 （4 分）

（1） 由 $B^{-1}A=\begin{bmatrix}1/2 & 0\\ 1/2 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a & d & c & 1 & 0\\ -1 & 3 & f & 0 & 1\end{bmatrix}$

$$=A'=\begin{bmatrix}1 & 2 & -1 & 1/2 & 0\\ 0 & j & 1 & 1/2 & 1\end{bmatrix}$$

解得：a=2, d=4, c=-2,f=2，j=5 （10 分）

6．已知以下线性规划问题（25 分）

$$\max \quad z=x_1+5x_2+3x_3+4x_4$$

$$st.\quad\begin{cases}2x_1+3x_2+x_3+2x_4\le 800\\ 5x_1+4x_2+3x_3+4x_4\le 1200\\ 3x_1+4x_2+5x_3+3x_4\le 1000\\ x_j\ge 0, j=1,\Lambda\ ,4\end{cases}$$

其最优单纯形表为：

您所下载的资料来源于 kaoyan.com 考研资料下载中心
获取更多考研资料，请访问 http://download.kaoyan.com

			1	5	3	4	0	0	0
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
0	x_5	100	1/4	0	-13/4	0	1	1/4	-1
4	x_4	200	2	0	-2	1	0	1	-1
5	x_2	100	-3/4	1	11/4	0	0	-3/4	1
		-1300	-13/4	0	-11/4	0	0	-1/4	-1

（1） 当目标函数变为 max　$z=5x_1+5x_2+3x_3+4x_4$，求新的最优解（13 分）
（2） 在原目标函数时，如果 x_3 减少 50，求新的最优解 （12 分）

解：

(1) 当目标函数变为 max　$z=5x_1+5x_2+3x_3+4x_4$

C_1 对应的变量 x_1 为非基变量，不影响最优解的 c_1 变化范围为 $\Delta c_1 \le -\sigma_1 = 13/4$，$C_1$ 的实际变化＝5－1＝4>13/4, 所以该最优解发生变化；

将 c_1＝5 代入最优表，重计算 $\sigma_1 = 5-2*4+5*3/4 = 3/4 > 0$，基改变，$\theta_1 = 400, \theta_2 = 100$，所以基变量由（$x_5$，$x_4$，$x_2$）变为($x_5$,$x_1$,$x_2$)

重新进行单纯形迭代得

			5	5	3	4	0	0	0
			X_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
0	x_5	100	1/4	0	-13/4	0	1	1/4	-1
4	x_4	200	2	0	-2	1	0	1	-1
5	x_2	100	-3/4	1	11/4	0	0	-3/4	1
		-1300	3/4	0	-11/4	0	0	-1/4	-1
0	x_5	75	0	0	-3	-1/8	1	1/8	-7/8
5	x_1	100	1	0	-1	1/2	0	1/2	-1/8
5	x_2	175	0	1	2	3/8	0	-3/8	5/8
		-1375	0	0	-2	-3/8	0	-5/8	-5/8

新的最优解为 $x^* = [100,175,0,0,75]^T$

（2） b_3 减少 50，约束右端变为(800，1200，950)^T 时

您所下载的资料来源于 kaoyan.com 考研资料下载中心
获取更多考研资料，请访问 http://download.kaoyan.com

最优解的变化

$$B^{-1}=\begin{bmatrix}1 & 1/4 & -1\\ 0 & 1 & -1\\ 0 & -3/4 & 1\end{bmatrix}$$

由 $X_B'=b'+B^{-1}\Delta b\geq 0$ 得

$$\begin{bmatrix}100\\200\\100\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1 & 1/4 & -1\\ 0 & 1 & -1\\ 0 & -3/4 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\0\\-50\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}150\\250\\50\end{bmatrix}\geq 0，基变量不变$$

新解为 $x^*=[0,50,0,250,150]^T$

7． 某企业计划下月组织三种产品生产，其费用见下表。请你为其制定一个生产计划，使总收益最大。（20 分）

产品 / 单耗量 / 资源	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	资源量
A	**3**	**4**	**6**	**500**
B	**2**	**3**	**5**	**300**
C	**2**	**4**	**4**	**100**
单件可变费用	**4**	**5**	**5**	
固定费用	**120**	**140**	**180**	
单件售价	**10**	**11**	**14**	

解：设 xj 为第 j 种产品的产量，再设 $y_j=\begin{cases}0 & 不生产j种产品\\ 1 & 生产j种产品\end{cases}$

其数学模型为：

$$Max\quad (10-4)x_1+(11-5)x_2+(14-5)x_3-120y_1-140y_2-180y_3$$

您所下载的资料来源于 kaoyan.com 考研资料下载中心
获取更多考研资料，请访问 http://download.kaoyan.com

$$
. \quad S.t. \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 6x_3 \leq 500 \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 \leq 300 \\ 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 \leq 100 \\ x_1 \leq M_1 y_1 \\ x_2 \leq M_2 y_2 \\ x_3 \leq M_3 y_3 \\ x_j \geq 0, \text{且为整数，} j = 1,2,3 \\ y_j = 0\text{或}1\text{，} j = 1,2,3 \end{cases}
$$

8．某公司的生产数据如下表：

产品	A	B	C	限量
设备工时	5	8	12	170
利润	1000	1440	2520	

其生产要求为：

P1：充分利用现有工时，必要时也可加班；

P2：生产线的加班工时不能超过 20 小时；

P3：A、B、C 的销售指标为 10、12、10 台，并以单位工时的利润比例确定权重系数；

A、B、C 的最低产量为 5、5、8 台，必须得到保证。

请建立其目标规划的数学模型。（20 分）

解：设 x_1、x_2、x_3 分别为 A、B、C 三种产品的产量，单位工时的利润比为 1000/5:1440/8:2520/12=20:18:21

其数学模型为：

$$
Min \quad Z = P_1 d_1^- + P_2 d_2^+ + P_3(20d_3^- + 18d_4^- + 21d_5^-)
$$

您所下载的资料来源于 kaoyan.com 考研资料下载中心
获取更多考研资料，请访问 http://download.kaoyan.com

$$S.t.\quad \begin{cases} 5x_1+8x_2+12x_3+d_1^- - d_1^+ = 170 \\ \dfrac{5x_1+8x_2+12x_3-170+d_2^- - d_2^+ = 20}{} \\ x_1+d_3^- - d_3^+ = 10 \\ x_2+d_4^- - d_4^+ = 12 \\ x_3+d_5^- - d_5^+ = 10 \\ x_1 \ge 5 \\ x_2 \ge 5 \\ x_3 \ge 8 \\ x_1,x_2,x_3 \ge 0, d_i^-, d_i^+ \ge 0, i=1,2,3,4,5 \end{cases}$$

您所下载的资料来源于 kaoyan.com 考研资料下载中心
获取更多考研资料，请访问 http://download.kaoyan.com

您所下载的资料来源于 kaoyan.com 考研资料下载中心
获取更多考研资料，请访问 http://download.kaoyan.com