

武汉科技学院

2005 年招收硕士学位研究生试卷

试卷代号 _____ 试卷名称 最优化方法
考试时间 _____ 报考专业 _____

所有答案一律写在答题纸上，写在试卷或草稿纸上无效。

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	得分
得分												

一、填空题（共计 40 分）

1、（10 分）最优化问题的数学模型一般为 _____，
其中 _____ 称为目标函数， _____ 称为约束条件，
称为可行域 D ，若 $x^* \in D$ ，且 _____，则称之为问题的最优解；

2、（10 分）设 $f(x) = x_1^2 + 4x_2^2 - 3x_1 - 4x_2 + 9$ ，则一阶导数为 $\nabla f(x) =$ _____，
二阶导数为 $\nabla^2 f(x) =$ _____。因为 _____，
所以，问题的最优解为 _____，最优值为 _____；

3、（8 分）LP 问题
$$\begin{aligned} \max f &= 3x_1 + 2x_2 \\ \text{s.t.} \quad &\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 \leq 3 \\ -x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 \geq 0, x_2 \text{ 无限制} \end{cases} \end{aligned}$$
 的对偶问题为 _____；

4、（12 分）求解无约束问题 $\min f(x), x^{(k)} (k \geq 2)$ 是不满足最优性条件的第 k 步值，在 $x^{(k)}$ 处的搜索方向是 $p^{(k)}$ ，则

用最速下降法求解时， $p^{(k)} =$ _____；

用 Newton 法求解时， $p^{(k)} =$ _____；

用共轭梯度法求解时， $p^{(k)} =$ _____；

$$\min f = -2x_1 - 3x_2$$

$$\text{二、(15 分) 用图解法求解约束问题} \quad s.t. \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ x_1 \leq 4 \\ x_2 \leq 3 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

三、(23 分) 某搬运公司一周中每天需要聘请不同数目的搬运工，每天至少需要的数目如下表

周一	周二	周三	周四	周五	周六	周日
16	15	16	19	14	12	18

规定每个应聘者需要连续工作 5 天，每天每个搬运工的工资都相同，设为 80 元，问该搬运公司每天应聘请多少名搬运工既能满足要求又使支付的工资最少？

$$\min f = 2x_1 + 3x_2 + 4x_3$$

$$\text{四、(20 分) 用对偶单纯形法求解 LP 问题} \quad s.t. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 3 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 \geq 4 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

五、(19 分) 设 $f(x) = \frac{1}{2}x^T Gx + r^T x + \delta, x \in R^n$ 是正定二次函数，则一维问题

$$\min_{\alpha} \phi(\alpha) = f(x^{(k)} + \alpha d^{(k)})$$

$$\text{的最优步长为} \quad \alpha_k = -\frac{\nabla f(x^{(k)})^T d^{(k)}}{d^{(k)T} G d^{(k)}}$$

六、(15 分) 用 Newton 法求解无约束问题 $\min f(x) = 3(x_1 - 2)^2 + 4(x_2 - 3)^2$ ，取初始点 $x^{(1)} = (4, 3)^T$ 。

七、(18 分) 下表是求解极小化问题 $\min z = -5x_1 - 3x_2$ 得到的当前单纯形表，其中 x_3, x_4 是松弛变量，不等式形式为 " $\leq$ "。

	z	X_1	X_2	X_3	X_4	RHS
z	1	b	-1	f	g	-10
X_3	0	c	0	1	1/5	2
X_4	0	d	e	0	1	a

(1) 求未知量 a,b,c,d,e,f,g ; (2) 求基 B 的逆; (3) 该表是否为最优单纯形表。