

武汉科技学院

2005 年招收硕士学位研究生试卷

试卷代号 _____ 试卷名称 最优化方法
考试时间 3 小时 报考专业 _____

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	得分
得分												

所有答案一律写在答题纸上，写在试卷或草稿纸上无效。

一、填空题（共计 38 分）

1、（10 分）最优化问题的数学模型一般为 _____，其中 _____ 称为目标函数，_____ 称为约束条件，_____ 称为可行域 D，若 $x^* \in D$ ，且 _____，则称之为问题的最优解；

2、（8 分）LP 问题
$$\begin{aligned} \max f &= x_1 + 2x_2 + 5x_3 \\ s.t. \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 \leq 0 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 \geq -1 \\ x_1, x_2 \geq 0, x_3 \text{ 无限制} \end{cases} \end{aligned}$$
 的标准形为 _____；

3、（8 分）已知 LP 问题，
$$\begin{aligned} \min f &= 5x_1 - 2x_2 \\ s.t. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ -x_1 + x_2 + x_4 = 5 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$
，则与基变量 x_1, x_2 对应的典式或规范式为 _____；

4、（12 分）求解无约束问题 $\min f(x), x^{(k)} (k \geq 2)$ 是不满足最优性条件的第 k 步值，在 $x^{(k)}$ 处的搜索方向是 $u^{(k)}$ ，则用最速下降法求解时， $u^{(k)} =$ _____；

用 Newton 法求解时, $u^{(k)} =$ _____;

用共轭梯度法求解时, $u^{(k)} =$ _____;

二、简答题 (共计 24 分)

1、如何设计求解最优化 (极小化) 问题的算法? (12 分)

2、求解线性规划问题的单纯形法的基本思想是什么? 试给出单纯形法的具体步骤。(12 分)

$$\min f = x_1^2 + 4x_2^2 - 2x_1 - 4x_2 + 9$$

三、(15 分) 用图解法求解约束问题

$$s.t. \quad x_1 + 4x_2 = 5$$

四、(18 分) 某厂利用三种原料 A_1 、 A_2 、 A_3 生产两种产品 B_1 、 B_2 。三种原料的月供应量和生产一吨的产品 B_1 、 B_2 所消耗的各种原料数量及单位产品价格如下表。

单位产品 消耗 原料	产品 B_1	产品 B_2	原料月供应量 (T)
A_1	1	1	150
A_2	2	3	240
A_3	3	2	300
单位产品价格 (万元/T)	2.4	1.8	

设生产的产品 B_1 、 B_2 均可在市场销售, 该厂应如何安排月生产计划, 使总的收益最大? 如果另一个厂家想从该厂购买这三种原料, 那么这三种原料的价格应是多少才是双双都合理的呢?

五、(10 分) 运用 0.618 法求

$$\min f(x) = x^2 - x + 2$$

在区间 $[-1, 3]$ 上的极小点。要求最终区间长度不大于原区间长度的 0.08 倍。(计算结果精确到 0.001)

六、(10 分) 用最速下降法求解无约束问题 $\min f(x) = 3(x_1 - 2)^2 + 4(x_2 - 3)^2$

取初始点 $x^{(1)} = (4, 3)^T$ 。

七、(10 分) 设 $f(x) = \frac{1}{2}x^T Gx + r^T x + \delta, x \in R^n$ 是正定二次函数, 则一维问题

$$\min_{\alpha} \phi(\alpha) = f(x^{(k)} + \alpha d^{(k)})$$

的最优步长为 $\alpha_k = -\frac{\nabla f(x^{(k)})^T d^{(k)}}{d^{(k)T} G d^{(k)}}。$

八、(10 分) 证明: 若 G 是 n 阶正定对称矩阵, 则无约束问题

$$\min f(x) = \frac{1}{2}x^T Gx + r^T x + \delta, x \in R^n$$

有唯一的最优解。

九、(15 分) 求约束问题 $\min f = x_1^2 + x_2$
 $s.t. \begin{cases} x_1^2 + x_2^2 - 9 = 0 \\ x_1 + x_2 - 1 = 0 \end{cases}$ 的 Kuhn—Tucker 点。