

武汉科技学院

2007 年招收硕士学位研究生试卷

科目代码	427	科目名称	常微分方程 (A 卷)
考试时间	2007 年 1 月 21 日下午	报考专业	计算机应用技术

- 1、试题内容不得超过画线范围，试题必须打印，图表清晰，标注准确。
- 2、试题之间不留空格。
- 3、答案请写在答题纸上，在此试卷上答题无效。

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	得分
得分												

本试卷总分 150 分，考试时间 3 小时。

一、填空题 (20 分, 每小题 4 分)

1. 微分方程 $(\frac{dy}{dx})^n + \frac{dy}{dx} - y^2 + x^2 = 0$ 的阶数是_____。
2. 当_____时，方程 $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ 称为恰当方程，或者全微分方程。
3. 如果存在连续可微函数 $\mu(x, y) \neq 0$ ，使方程 $\mu(x, y)M(x, y)dx + \mu(x, y)N(x, y)dy = 0$ 成为全微分方程，则积分因子 $\mu(x, y)$ 应满足条件_____。
4. 函数组 e^{-t}, e^t, e^{2t} 的 Wronski (朗斯基) 行列式为_____。
5. 求 $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ 满足 $y(x_0) = y_0$ 的解等价于求积分方程_____的连续解。

二、求下列一阶微分方程的通解 (40 分, 每小题 8 分)

1. $\frac{dy}{dx} = \frac{xy}{1+x^2}$
2. $(y^2 - 3x^2)dy + 2xydx = 0$.

3、 $\frac{dy}{dx} + 3y = e^{2x}$

4、 $(9x^2 + y - 1) - (4y - x)y' = 0.$

5、 $\frac{dy}{dx} = 6\frac{y}{x} - xy^2$

三、求非齐次方程的通解： $y'' + 3y' = 2\sin x + \cos x.$ (15分)

四、求下列方程组的通解 $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + y \\ \frac{dy}{dt} = 4x + y \end{cases}$ (20分)

五、试求边值问题 $\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, y(\pi) = 0 \end{cases}$ 的特征值和相应的特征函数。 (20分)

六、求出微分方程 $y'' - xy' - y = 0$ 在 $x = 0$ 处展开的两个线性无关的幂级数解。
(15分)

七、设 $f(x)$ 为连续函数，且满足 $f(x) = \sin x - \int_0^x (x-t)f(t)dt,$ 求 $f(x).$ (10分)

八、设 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上连续，且 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0,$ 求证：方程 $\frac{dy}{dx} + y = f(x)$ 的任意解 $y = y(x)$ 均有 $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = 0.$ (10分)