

武汉科技学院

2008 年招收硕士学位研究生试卷

科目代码	827	科目名称	常微分方程 (A 卷)
考试时间	2008 年 1 月 20 日下午	报考专业	计算机应用技术

- 1、试题内容不得超过画线范围，试题必须打印，图表清晰，标注准确。
- 2、试题之间不留空格。
- 3、答案请写在答题纸上，在此试卷上答题无效。

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	得分
得分												

本试卷总分 150 分，考试时间 3 小时。

一、填空题 (20 分, 每小题 4 分)

1. 方程 $M(x, y) dx + N(x, y) dy = 0$ 为全微分方程的充分必要条件是_____。
2. 如果已知一阶非齐次线性方程 $y' + p(x)y = q(x)$ 的一个特解是 $y_1(x)$ ，则该方程的通解是_____。
3. $y' = 6y^{2/3}$ 的奇解是_____。
4. 设 λ 是 n 阶常系数齐次线性常微分方程所对应的特征方程的 $k(k \geq 2)$ 重根，则该方程相应于 λ 的 k 个线性无关解是_____。
5. 设 $y_1(x), y_2(x)$ 为方程 $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$ 的两个特解，则由 $y_1(x), y_2(x)$ 能构成该方程的通解，其充要条件为_____。

二、求下列一阶微分方程的通解 (40 分, 每小题 8 分)

1. $\frac{dy}{dx} = \frac{1 + \sqrt{x}}{1 + \sqrt{y}}$
2. $\frac{dy}{dx} - y = \frac{11}{8} e^{-x/3}$

3. $x^2 \frac{dy}{dx} = xy - y^2$

4. $(y-x+1)dx - (y-x+5)dy = 0$

5. $(3x^2 + 2xe^{-y})dx + (3y^2 - x^2e^{-y})dy = 0$

三、求非齐次方程的通解： $y'' + 3y' + 2y = 6e^{5x}$ (15分)

四、求下列方程组的通解

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x - 2y + 2z \\ \frac{dy}{dt} = -2x - y + 2z \\ \frac{dz}{dt} = 2x - 2y + 3z \end{cases}$$

(20分)

五、试求边值问题 $\begin{cases} y'' + (\lambda + 1)y = 0 \\ y'(0) = 0, \quad y'(\pi) = 0 \end{cases}$ 的特征值和相应的特征函数。(20分)

六、求方程 $y'' - 3y' + 2y = 4 + 2e^{-x} \cos x$ 满足条件：当 $x \rightarrow +\infty$ 时 $y \rightarrow 2$ 的特解。(15分)

七、设 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上连续，且 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ，求证：方程 $y'' + 2y' + y = f(x)$ 的任意解 $y = y(x)$ 均有 $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = 0$ 。(20分)