

武汉科技学院

2008 年招收硕士学位研究生试卷

科目代码	827	科目名称	常微分方程 (B 卷)
考试时间	2008 年 1 月 20 日下午	报考专业	计算机应用技术

- 1、试题内容不得超过画线范围，试题必须打印，图表清晰，标注准确。
- 2、试题之间不留空格。
- 3、答案请写在答题纸上，在此试卷上答题无效。

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	得分
得分												

本试卷总分 150 分，考试时间 3 小时。

一、填空题 (20 分, 每小题 4 分)

1. 设已知一阶非齐次线性方程 $y' + p(x)y = q(x)$ 的两个不同特解为 $y_1(x), y_2(x)$, 则该方程的通解可以用 $y_1(x), y_2(x)$ 来表示为_____.
2. 已知 e^x, e^{2x} 是方程 $y'' + a(x)y' + b(x)y = 0$ 的解, 则 $a(x) =$ _____.
3. $y' = 6y^{2/5}$ 的奇解是_____.
4. 设 λ 是 n 阶常系数齐次线性常微分方程所对应的特征方程的 $k(k \geq 2)$ 重根, 则该方程相应于 λ 的 k 个线性无关解是_____.
5. 设 $y_1(x), y_2(x)$ 为方程 $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$ 的两个特解, 则由 $y_1(x), y_2(x)$ 能构成该方程的通解, 其充要条件为_____.

二、求下列一阶微分方程的通解 (40 分, 每小题 8 分)

1. $\frac{dy}{dx} = \sqrt{x + y + 1}$

2. $x \frac{dy}{dx} + 6y = 3xy^{4/3}$

3. $xy' = 3y + x^4 \cos x$

4. $2xy \frac{dy}{dx} = 4x^2 + 3y^2$

5. $(1 + ye^{xy})dx + (2y + xe^{xy})dy = 0$

三、求非齐次方程的通解： $y'' + 2y' - 3y = 6x^3 + 3$ (15分)

四、求下列方程组的通解
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - y - z \\ \frac{dy}{dt} = x + y \\ \frac{dz}{dt} = 3x + z \end{cases}$$
 (20分)

五、试求边值问题 $\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, y'(\pi) = 0 \end{cases}$ 的特征值和相应的特征函数。 (20分)

六、设 $y(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上连续可微，且 $\lim_{x \rightarrow +\infty} [y'(x) + 3y(x)] = 0$ ，证明 $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = 0$ 。 (15分)

七、设函数 $f(t)$ 在 $[0, +\infty)$ 上连续且有界，常数 $a > 0$ ，试证明：方程

$$\frac{dx}{dt} + ax = f(t) \sin t$$

的所有解均在 $[0, +\infty)$ 上有界。 (20分)