

- 2、幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n+1}$ 的收敛区间为 ()
- (A) $(-1, 1]$; (B) $(-1, 1)$; (C) $[-1, 1)$; (D) $[-1, 1]$
- 3、设函数 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处连续, 若 x_0 为 $f(x)$ 的极值点, 则必有 ()
- (A) $f'(x_0) = 0$; (B) $f'(x_0) \neq 0$;
(C) $f'(x_0) = 0$ 或 $f'(x_0)$ 不存在; (D) $f'(x_0)$ 不存在.
- 4、设 $f(x)$ 是以 2π 为周期的周期函数, 其在 $[-\pi, \pi)$ 上的表达式为 $f(x) = x$, 设 $f(x)$ 的 Fourier 级数的和函数为 $s(x)$, 则 $s(\pi/2)$ 和 $s(\pi)$ 分别等于 ()
- (A) $\frac{\pi}{2}, \pi$; (B) $\frac{\pi}{2}, 0$; (C) $0, 0$; (D) $\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}$.
- 5、函数 $y = \frac{x}{\ln x}$ 的单调增加区间为 ()
- (A) $(0, e)$; (B) $(1, e)$; (C) $(e, +\infty)$; (D) $(0, +\infty)$.

三、计算下列各题 (每题 8 分, 共 64 分)

- 1、求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \arctan x}{e^{x^3} - 1}$
- 2、计算积分 $\int_{1/2}^1 e^{\sqrt{2x-1}} dx$
- 3、设 $z = (1 + xy)^x$, 求 $dz|_{x=1, y=1}$.
- 4、计算由曲线 $y^2 = 4ax$ 及直线 $x = x_0$ ($x_0 > 0$) 所围成的图形绕 x 轴旋转一周而成的立体的体积.
- 5、求与两条直线 $\begin{cases} x = 1 \\ y = t + 1 \\ z = t + 2 \end{cases}$ 及 $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$ 都平行且过点 $(3, -2, 1)$ 的平面方程的一段弧.

6、已知 $\begin{cases} x = t - \ln(1+t) \\ y = t^3 + t^2 \end{cases}$, 求 $\frac{d^2y}{dx^2}$.

7、计算积分 $I = \int_L (e^x \sin y + y + \pi)dx + (e^x \cos y - x)dy$, 其中 L 是从点 $A(1, 0)$ 经下半圆周 $(x-4)^2 + y^2 = 9$ 到点 $B(7, 0)$ 的路径.

8、计算 $I = \iint_{\Sigma} x^2 dydz + y^2 dzdx + z^2 dxdy$, 其中 Σ 是 $x^2 + y^2 = a^2 - z$ ($z \geq 0, a > 0$) 部分的下侧.

四、(10分) 设 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, 在 $(0, 1)$ 上可导, 且 $f(0) = 1, f(1) = 0$, 求证在 $(0, 1)$ 内至少有一点 ξ , 使 $\xi f'(\xi) + f(\xi) = 0$.

五、(10分) 在曲线 $x = t, y = t^2, z = t^3$ 上求一点, 使此点上的切线平行于平面 $x + 2y + z = 4$.

六、(10分) 求微分方程 $xy' + y = x^2 + 3x + 2$ 的通解.

七、(8分) 将函数 $f(x) = (1+x)\ln(1+x)$ 展开成 x 的幂级数.

八、(8分) 在椭圆 $x^2 + 4y^2 = 4$ 上求一点, 使其到直线 $2x + 3y - 6 = 0$ 的距离最短.