

# 武汉科技学院 2009 年招收硕士学位研究生试卷

科目代码	827	科目名称	常微分方程
考试时间	2009 年 1 月 11 日下午	报考专业	

- 1、试题内容不得超过画线范围，试题必须打印，图表清晰，标注准确。
- 2、试题之间不留空格。
- 3、答案请写在答题纸上，在此试卷上答题无效。

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	得分
得分												

本试卷总分 150 分，考试时间 3 小时。

## 一、填空题（30 分，每小题 5 分）

1. 方程  $\frac{dy}{dx} + p(x)y = 0$  的通解为\_\_\_\_\_.
2. 微分方程  $\frac{dy}{dx} = 2y$  满足条件  $y(0) = 1$  的特解是\_\_\_\_\_.
3. 微分方程  $\frac{dy}{dx} = y^{\frac{1}{3}}$  的奇解是\_\_\_\_\_.
4. 函数组  $e^t, e^{2t}, e^{3t}$  的 Wronski (朗斯基) 行列式为\_\_\_\_\_.
5. 方程  $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$  存在只与  $y$  有关而与  $x$  无关的积分因子的充要条件是\_\_\_\_\_.
6. 方程  $\frac{dy}{dx} = 1 + \ln x$  通过  $(1, 0)$  的解的最大存在区间是\_\_\_\_\_.

## 二、求下列一阶微分方程的通解（40 分，每小题 8 分）

1、 
$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + 2}{y}$$

2、  $(x+\sin y)dx+(x\cos y-2y)dy=0$

3、  $\frac{dy}{dx} - 2xy = x$

4、  $2xy \frac{dy}{dx} = 4x^2 + 3y^2$

5、  $x \frac{dy}{dx} + 6y = 3xy^{\frac{4}{3}}$

三、求非齐次方程的通解： $y'' - y' - 2y = \sin 2x$ . (20分)

四、求方程组的(实)通解：
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 4x - 3y \\ \frac{dy}{dt} = 3x + 4y \end{cases}$$
 (20分)

五、试求边值问题  $\frac{d^2 y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} + \lambda y = 0; y(0) = y(1) = 0$  的特征值和相应的特征函数. (20分)

六、证明方程  $\frac{dx}{dt} = t^2 e^{-t} - 2x$  的所有解均在  $[0, +\infty)$  上有界. (20分)