武汉科技学院
2010 年招收硕士学位研究生试卷

科目代码 360　　　　科目名称 高等数学

考试时间 2010 年 1 月 10 日上午　　　　报考专业

1、试题内容不得超过画线范围，试题必须打印，图表清晰，标注准确。
2、试题之间不留空格。
3、答案请写在答题纸上，在此试卷上答题无效。

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	得分
得分												

本试卷总分 150 分，考试时间 3 小时。

一、填空题（每题 4 分，共 20 分）

1、设 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ 为单位向量，且满足 $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=0$，则 $\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a}=$_____

2、$f(x)=x^3-3x^2$ 的单调增区间为____________________

3、曲面 $z=x^2+y^2$ 上与平面 $2x+4y-z=0$ 平行的切平面的方程是__________

4、级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n(n+1)}$ 的和为________

5、函数 $f(x,y)=xy+\sin(x+2y)$ 在点（0，0）处沿 $\vec{l}=(1,2)$ 的方向导数

$\dfrac{\partial f}{\partial l}\Big|_{(0,0)}=$_______

二、单项选择题（每题 4 分，共 20 分）

1、设 $\{a_n\},\{b_n\},\{c_n\}$ 均为非负数列，且 $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=0$，$\lim\limits_{n\to\infty}b_n=1$，$\lim\limits_{n\to\infty}c_n=\infty$，

则必有（　　）

(A) $a_n<b_n$ 对任意 n 成立.　　(B) 极限 $\lim\limits_{n\to\infty}b_nc_n$ 不存在.

(C) 极限 $\lim\limits_{n\to\infty}a_nc_n$ 不存在.　　(D) $b_n<c_n$ 对任意 n 成立.

2、 设 $f'(x)=2$，且 $f(0)=1$，则 $\int f(x)f'(x)dx=$（　　）

（A）$2(2x+1)+c$　（B）$\frac{1}{2}(2x+1)+c$　（C）$2(2x+1)^2+c$　（D）$\frac{1}{2}(2x+1)^2+c$

3、两平面 $x-y+2z-6=0$ 和 $2x+y+z-5=0$ 的夹角为（　　）

（A）$\pi/3$；　（B）$\pi/4$；　（C）$\pi/6$；　（D）$\pi/2$

4、下列论述正确的是（　　）

（A） $f(x,y)$ 的极值点必是 $f(x,y)$ 的驻点

（B） $f(x,y)$ 的驻点必是 $f(x,y)$ 的极值点

（C） 可微函数 $f(x,y)$ 的极值点必是 $f(x,y)$ 的驻点

（D） 可微函数 $f(x,y)$ 的驻点必是 $f(x,y)$ 的极值点

5、设 $\lim\limits_{n\to\infty} nu_n=0$ ，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ （　　）

（A）收敛　（B）发散　（C）绝对收敛　（D）不一定

三、计算下列各题（每题 8 分，共 56 分）

1、求极限 $\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{\frac{1}{\ln(1+x^2)}}$

2、已知 $\begin{cases} x=3e^t \\ y=2e^{-t} \end{cases}$，求 $\frac{d^2y}{dx^2}$

3、设 $f(x)=x\left(\frac{(x+1)^3}{x-1}\right)^{1/2}$，求 $f'(x)$.

4、计算积分 $\int \cos(\ln x)\, dx$

5、计算 $I=\iint\limits_D y\sqrt{1+x^2-y^2}\, d\sigma$，其中 D 是由直线 $y=x$， $x=-1$ 和 $y=1$ 围成.

6、计算 $I=\iint\limits_{\Sigma}(x^2\cos\alpha+y^2\cos\beta+z^2\cos\gamma)\, dS$，其中 Σ 是 $x^2+y^2=z^2(0\le z\le h)$

的下侧， $\cos\alpha,\cos\beta,\cos\gamma$ 是 Σ 在点 (x,y,z) 处的法向量的方向余弦.

7、计算 $I=\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2)\,dv$，其中 Ω 是由曲面 $x^2+y^2=2z$ 和平面 $z=2$ 所围成的闭区域.

四、（8 分）求抛物线 $y^2=2px$ 及其在点 $\left(\frac{p}{2},p\right)$ 处的法线所围成的图形的面积.

五、（8 分）求微分方程 $y''-2y'-3y=3x+1$ 的通解.

六、（8 分）验证在整个 xOy 平面内，xy^2dx+x^2ydy 是某个函数的全微分，并求出一个这样的函数.

七、（10 分）在区间 $(-1,1)$ 内求幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{n+1}$ 的和函数.

八、（10 分）求表面积为 a^2 而体积最大的长方体的体积.

九、（10 分）设 $e<a<b<e^2$，证明：$\ln^2 b-\ln^2 a>\frac{4}{e^2}(b-a)$.