武汉纺织大学

2011 年招收硕士学位研究生试卷

科目代码　601　　　　科目名称　高等数学

考试时间　2011 年 1 月 16 日上午　　　　报考专业

1、试题内容不得超过画线范围，试题必须打印，图表清晰，标注准确
2、试题之间不留空格。
3、答案请写在答题纸上，在此试卷上答题无效

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	得分
得分												

本试卷总分 150 分，考试时间 3 小时。

一、填空题（每题 4 分，共 20 分）

1、$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sin x}{x}=$ ________

2、$f(x)=\begin{cases} e^{x}+1, x\le 0 \\ ax+b, x>0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处可导，则 $a=$ ________，$b=$ ________

3、曲线 $y=xe^{-x}$ 的拐点坐标为

4、通解为 $y=c_1e^{x}+c_2e^{-2x}$ 的二阶齐次线性微分方程是 ________

5、$u=\ln(xy-z)+2yz^2$ 在点 $(1,3,1)$ 处沿方向 $\vec{l}=(1,1,-1)$ 的方向导数 $\frac{\partial u}{\partial l}=$ ________

二、单项选择题（每题 4 分，共 20 分）

1、$\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{-1/x}$（　　）

（A）1　　（B）e^{-1}　　（C）0　　（D）$e^{\frac{1}{2}}$

2、已知 $\int f(x)dx=x^2+c$，则 $\int xf(1-x^2)dx=$（　　）

（A）$2(1-x^2)^2+c$　（B）$-2(1-x^2)+c$　（C）$\frac{1}{2}(1-x^2)^2+c$　（D）$-\frac{1}{2}(1-x^2)^2+c$

3、若正项级数$\sum_{n=1}^{\infty}u_n$收敛，则下列级数中收敛的是（　　）

（A）$\sum_{n=1}^{\infty}(u_n+1)$；　（B）$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{u_n}$；　（C）$\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt{u_n}$；　（D）$\sum_{n=1}^{\infty}u_n^2$；

4、直线$\begin{cases}x+2y+z=7\\-2x+y+z=7\end{cases}$的方向向量为____

（A）（1,-3,5）　（B）（-1,-3,5）　（C）（-1,3,5）　（D）（1,-3,-5）

5、若$f'_x(x_0,y_0)$，$f'_y(x_0,y_0)$存在，则$f(x,y)$在点(x_0,y_0)处(　　)

（A）一定不可微；　（B）一定可微；　（C）有意义；　（D）无意义；

三、计算下列各题（每题8分，共64分）

1、求极限$\lim\limits_{x\to 0}\frac{x-\sin x}{x^3}$

2、计算积分$\int\frac{\sqrt{x}}{1+x}\arctan\sqrt{x}\,dx$

3、设$u=(\frac{x}{y})^z$，求$du|_{(1,1,1)}$

4、判别级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{\ln(n+1)}$是否收敛？如果收敛，是绝对收敛还是条件收敛？

5、求过点$(3,1,-2)$且通过直线$\frac{x-4}{5}=\frac{y+3}{2}=z$的平面方程.

6、求由方程$x^2-2xy+9=0$所确定的函数y的导数$\frac{dy}{dx}$

7、计算积分$I=\int_L(2xy^3-y^2\cos x)dx+(1-2y\sin x+3x^2y^2)dy$，其中为在抛物线

$2x=\pi y^2$上由点$(0,0)$到$(\frac{\pi}{2},1)$的一段弧.

8、计算$I=\iint\limits_{\Sigma}xdydz+ydxdz+zdydx$，其中$\Sigma$是介于$z=0$和$z=3$之间的圆柱面

$x^2+y^2=9$的外侧.

四、（10 分）从斜边之长为 l 的一切直角三角形中，求有最大周长的直角三角形。

五、（10 分）求曲面 $e^z - z + xy = 3$ 在点 $(2,1,0)$ 处的切平面及法线方程。

六、（10 分）求微分方程 $(y^2 - 6x)y' + 2y = 0$ 的通解。

七、（8 分）将函数 $f(x) = \dfrac{1}{x}$ 展开成 $(x-3)$ 的幂级数。

八、（8 分）若函数 $f(x)$、$g(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，在 (a,b) 内可导，证明：在 (a,b) 内至少存在一点 ξ，使得

$$\begin{vmatrix} f(a) & f(b) \\ g(a) & g(b) \end{vmatrix} = (b-a)\begin{vmatrix} f(a) & f'(\xi) \\ g(a) & g'(\xi) \end{vmatrix}$$