

# 华中农业大学二〇〇七年硕士研究生入学考试

## 试 题 纸

课程名称: 608 数学

第 1 页 共 3 页

注意: 所有答案必须写在答题本上, 不得写在试题纸上, 否则无效。

一、 填空题 (每小题 4 分, 共 40 分, 只写答案在答题本上)

1.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \arcsin(\sqrt{x^2 + x} - x) = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. 设  $y = f(x)$ , 且  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 + 3x)}{6x} = -1$ , 则  $dy = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. 设  $F(x)$  为  $e^{-x^2}$  的一个原函数, 则  $\frac{dF(\sqrt{x})}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}.$

4. 设函数  $f(x)$  在区间  $[1, 3]$  上的平均值为 4, 则  $\int_1^3 f(x) dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

5. 微分方程  $(1+x^2)dy + xydx = 0$  的通解  $y = \underline{\hspace{2cm}}.$

6. 设  $z = \ln(\sqrt{x} + \sqrt{y})$  则  $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = \underline{\hspace{2cm}}.$

7. 已知曲线  $\begin{cases} x = e^t \sin 2t \\ y = e^t \cos t \end{cases}$ , 则该曲线在点  $(0, 1)$  处的法线方程为  $\underline{\hspace{2cm}}.$

8. 改变积分次序, 则  $\int_0^1 dx \int_0^{1-x} f(x, y) dy = \underline{\hspace{2cm}}.$

9. 当  $t$   $\underline{\hspace{2cm}}$  时, 向量组  $\alpha_1 = (1, 1, 1), \alpha_2 = (1, 2, 3), \alpha_3 = (1, 3, t)$  线性无关.

10. 设随机变量  $X$  服从参数为 1 的指数分布, 则  $E(X + e^{-2X}) = \underline{\hspace{2cm}}.$

二、 选择题 (四选一, 每小题 4 分, 共 20 分, 所选字母写在答题本上)

11. 设  $f(x)$  在  $x=0$  点的某邻域内可导, 且  $f'(0)=0, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = -1$ , 则  $f(0)$  一定 ( ).

- A. 不是  $f(x)$  的极值; B. 是  $f(x)$  的极大值;  
C. 是  $f(x)$  的极小值; D. 等于 0.

12. 设  $f(x)$  在  $[1, 4]$  上连续,  $F(x) = (x-4) \int_1^x f(t) dt$ , 则在  $(1, 4)$  内至少存在一点  $\xi$ , 使  $F'(\xi) = ( \quad )$ .

- A. 0; B. 1; C. 1/4; D. 1/2.

13. 方程  $y'' - y' - 2y = 0$  的通解  $y = ( \quad )$ .

- A.  $C_1 e^{-2x} + C_2 e^x$ ; B.  $C_1 e^{2x} + C_2 e^{-x}$ ; C.  $C_1 e^{-2x}$ ; D.  $C_1 e^{2x}$ .

华中农业大学二〇〇七年硕士研究生入学考试  
试 题 纸

课程名称: 608 数学

第 2 页 共 3 页

注意: 所有答案必须写在答题本上, 不得写在试题纸上, 否则无效。

14. 设  $n$  阶方阵  $A$  与  $B$  相似, 则下列不正确的是 ( )

A.  $|A| = |B|$ ; B.  $r(A) = r(B)$ ;

C.  $A$  与  $B$  有相同的特征值; D.  $A$  与  $B$  有相同的特征向量.

15. 设  $X$  与  $Y$  是两个连续型随机变量, 它们的分布密度分别为  $p_1(x)$  和  $p_2(x)$ , 则下列正确的是 ( )

A.  $p_1(x) + p_2(x)$  必为某个随机变量的分布密度;

B.  $\frac{1}{2}(p_1(x) + p_2(x))$  必为某个随机变量的分布密度;

C.  $p_1(x) - p_2(x)$  必为某个随机变量的分布密度;

D.  $p_1(x) \cdot p_2(x)$  必为某个随机变量的分布密度.

三、计算题 (每小题 9 分, 共 81 分, 在答题本上写出解题步骤)

16. 计算  $\int_{-1}^1 \frac{2x^2 + x \cos x}{1 + \sqrt{1-x^2}} dx$ .

17.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - e^{2x})^2}{\ln(1 + x^2)}$ .

18. 求由方程  $y = \sin(x + y)$  所确定的隐函数  $y = y(x)$  的二阶导数.

19. 已知可微函数  $f(x)$  满足  $2f(x) + e^{-x^2} + 2 \int_0^{x^2} f(\sqrt{t}) dt = 0$ , 且  $f(1) = \frac{1}{2e}$ , 求  $f(x)$ .

20. 计算  $\iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy$ , 其中  $D$  由  $y = x^2, y = \frac{1}{x}, x = 2$  围成.

21. 设  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ , 三阶矩阵  $X$  满足  $AX + I = A^2 + X$  (其中  $I$  是三阶单位矩阵), 求  $X$  和  $X^{-1}$ .

22. 设  $A$  是三阶方阵, 且  $|A| = \frac{1}{2}$ , 求  $|3A^{-1} - 2A^*|$ .

23. 设随机变量  $X$  在  $[2, 5]$  上服从均匀分布, 现对  $X$  进行三次独立观测, 试求至少有两次观测值大于 3 的概率.

华中农业大学二〇〇七年硕士研究生入学考试  
试 题 纸

课程名称：608 数学

第 3 页 共 3 页

注意：所有答案必须写在答题本上，不得写在试题纸上，否则无效。

24. 设随机变量  $X$  的分布密度为  $p(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{-x}, & x \leq 0 \\ \frac{1}{4}, & 0 < x \leq 2 \\ 0, & x > 2 \end{cases}$ ，求随机变量  $X$  的分

布函数  $F(x)$  和数学期望  $EX$ 。

四、综合题（9 分，在答题本上写出解题步骤）

25. 设  $F(x)$  为  $[0, T]$  上连续函数，且  $f(0) = 0$ ，如果  $f'(x)$  在  $(0, T)$  内存在且为增函数，证明  $F(x) = \frac{f(x)}{x}$  在  $[0, T]$  内也为增函数。