

华中农业大学二〇〇九年硕士研究生入学考试
试 题 纸

课程名称: 360 数学

第 1 页 共 4 页

注意: 所有答案必须写在答题本上, 不得写在试题纸上, 否则无效。

一、 选择题 (四选一, 共 40 分, 每小题 4 分, 所选字母写在答题本上)

1. 如果 $f(x)$ 在 x_0 点处可导, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f^2(x) - f^2(x_0)}{x - x_0} = (\quad)$
A. $f'(x_0)$; B. $2f'(x_0)$; C. $2f'(x_0)f(x_0)$; D. 0.
2. 设 $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$, $g(x) = 1 - \sqrt{x}$, 则当 $x \rightarrow 1$ 时 $f(x)$ ()
A. 是比 $g(x)$ 高阶的无穷小; B. 与 $g(x)$ 同阶但不是等价无穷小;
C. 与 $g(x)$ 是等价无穷小; D. 与 $g(x)$ 不能比较.
3. 设 $f(x, y)$ 为连续函数, 且 $f(x, y) = xy + \iint_D f(u, v) du dv$, 其中 D 由 $y = 0$, $y = x^2, x = 1$ 所围区域, 则 $f(x, y) = (\quad)$
A. xy ; B. $2xy$; C. $xy + 1$; D. $xy + \frac{1}{8}$.
4. 设生产函数为 $Q = AL^a K^b$, 其中 Q 是产出量, L 是劳动投入量, K 是资本投入量, 而 A, a, b 均为大于零的参数, 则当 $Q = 1$ 时 K 关于 L 的弹性是 ()
A. ab ; B. $-ab$; C. $\frac{a}{b}$; D. $-\frac{a}{b}$.
5. 设 $f(x)$ 在 (a, b) 内满足 $f'(x) > 0, f''(x) < 0, x_0$ 为 (a, b) 内任一点, 则当 $\Delta x > 0$ 时, $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$ 与 $dy|_{x=x_0} = f'(x_0)dx$ 有关系 ()
A. $\Delta y < dy$; B. $\Delta y > dy$; C. $\Delta y = dy$; D. 不能确定大小关系.

华中农业大学二〇〇九年硕士研究生入学考试
试 题 纸

课程名称: 360 数学

第 2 页 共 4 页

注意: 所有答案必须写在答题本上, 不得写在试题纸上, 否则无效。

6. 设 $I(x) = \int_a^x (x-t)f(t)dt$, 则 $\frac{d}{dx}I(x) =$ ()
A. 0; B. $\int_a^x f(t)dt$; C. $\int_a^x xf(t)dt$; D. $f(x)$.
7. 设 D 是一个三阶行列式, 若 $D=0$, 则 D 中必有 ()
A. 一行元素都是 0; B. 两行元素对应相等;
C. 两行元素对应成比例; D. 一行元素能由其余两行元素线性表示.
8. 设 A 是 $m \times n$ 矩阵, 则齐次线性方程组 $AX=0$ 仅有零解的充分必要条件是 ()
A. A 的列向量组线性无关; B. A 的列向量组线性相关;
C. A 的行向量组线性无关; D. A 的行向量组线性相关.
9. 设 $P(A)+P(B)=1$, 则下列正确的是 ()
A. $P(A \cup B) = 1$; B. $P(AB) = 0$; C. $P(\overline{AB}) = P(AB)$; D. $P(\overline{AB}) = P(A \cup B)$.
10. 设随机变量 X 的分布密度为 $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} e^{-\frac{(x+3)^2}{4}}$, $(-\infty < x < +\infty)$, 则下列随机变量中服从 $N(0,1)$ 分布的是 ()
A. $Y = \frac{X+3}{2}$; B. $Y = -\frac{X+3}{\sqrt{2}}$; C. $Y = \frac{X-3}{2}$; D. $Y = \frac{X-3}{\sqrt{2}}$.

二、填空题 (共 24 分, 每小题 4 分, 只写答案在答题本上)

11. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - x) =$ _____.
12. 设函数 $y = \frac{1-x}{1+x}$, 则 $y^{(n)}(0) =$ _____.
13. 已知 $f(x,y) = x + (y-1)\arcsin \sqrt{\frac{x}{y}}$, 则 $f'_x(x,1) =$ _____.
14. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3}{2}} (x^2 + \sin^2 x) \cos^2 x dx =$ _____.

华中农业大学二〇〇九年硕士研究生入学考试
试 题 纸

课程名称: 360 数学

第 3 页 共 4 页

注意: 所有答案必须写在答题本上, 不得写在试题纸上, 否则无效。

15. 设 $y_1(x), y_2(x)$ 为线性非齐次微分方程 $y' + P(x)y = Q(x)$ 的两个特解, 则

$y = ay_1(x) + by_2(x)$ 为 $y' + P(x)y = 0$ 的特解的充要条件为 _____.

16. 设 $y = y(x)$ 由 $\int_0^x e^{-t} dt + \int_0^x \cos(t^2) dt = 0$ 确定, 则 $\frac{dy}{dx} =$ _____.

三、解答题 (共 76 分, 17-24 小题, 在答题本上写出解题步骤)

17. (本题满分 10 分) 设函数 $y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x = t^3 + 3t + 1 \\ y = t^3 - 3t + 1 \end{cases}$ 确定, 求曲线向

上凸的 x 取值范围.

18. (本题满分 10 分) 求函数 $y = (x-1)e^{\frac{\pi}{2} + \arctan x}$ 的单调区间和极值, 并求出函数图形的渐近线.

19. (本题满分 9 分) 设 $A = \begin{pmatrix} 3 & -5 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, $A^{-1}XA = 2A + XA$, 求 X .

20. (本题满分 9 分) 已知 ξ_1, ξ_2 是方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ 2x_1 + ax_2 + 3x_3 = 1 \\ -2x_1 + x_2 - 5x_3 = 4 \end{cases}$ 的两个不同的

解向量, 求 a 的值.

21. (本题满分 9 分) 设随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 求 $E(X - \mu)^2$.

22. (本题满分 9 分) 设随机变量 (X, Y) 的分布密度为

$$p(x, y) = \begin{cases} Cxy, 0 < x < 1, 0 < y < x \\ 0, \text{其它} \end{cases}$$

求 (1) 常数 C ; (2) 判断 X 与 Y 是否相互独立.

23. (本题满分 10 分)

设 $f(x)$ 为连续函数, $f(1) = 1, F(t) = \iint_D f(x^2 + y^2 + 1) dx dy$, 其中 D 为

华中农业大学二〇〇九年硕士研究生入学考试
试 题 纸

课程名称: 360 数学

第 4 页 共 4 页

注意: 所有答案必须写在答题本上, 不得写在试题纸上, 否则无效。

$$x^2 + y^2 \leq t^2, \text{ 求 } F''(0).$$

24. (本题满分 10 分) 设曲线 $y = \sqrt{2x}$, (1) 求过曲线上 (2, 2) 点的切线方程; (2) 求此切线与曲线 $y = \sqrt{2x}$ 及直线 $y = 0$ 所围成的平面图形的面积。

四、证明题 (10 分, 在答题本上写出解题步骤)

25. 函数 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上可导, $f(0) = 1$, 且满足等式

$$f'(x) + f(x) - \frac{1}{x+1} \int_0^x f(t) dt = 0$$

- (1) 求导数 $f'(x)$; (2) 证明当 $x \geq 0$ 时, $e^{-x} \leq f(x) \leq 1$ 成立。