

华中农业大学 2010 年硕士研究生入学考试  
试 题 纸

课程名称: 608 数学

第 1 页 共 4 页

注意: 所有答案必须写在答题本上, 不得写在试题纸上, 否则无效。

## 一、填空题 (共 24 分, 每小题 4 分, 只写答案在答题本上)

1. 已知当  $x \rightarrow 0$  时,  $(1+ax^2)^{\frac{1}{3}} - 1$  与  $\cos x - 1$  是等价无穷小, 则  $a =$  \_\_\_\_\_.2. 过点  $(0, 1, 0)$  且平行于  $xoz$  平面的方程为 \_\_\_\_\_.3. 设  $f(x)$  任意阶可导, 且  $f'(x) = e^{-f(x)}$ ,  $f(0) = 1$ , 则  $f^{(6)}(0) =$  \_\_\_\_\_.4. 设  $u = (\frac{x}{y})^{\frac{1}{2}}$ , 则  $du|_{(1,1)} =$  \_\_\_\_\_.5. 设  $y = c_1 e^{3x} + c_2 e^{4x}$  ( $c_1, c_2$  为任意常数) 为某二阶常系数线性齐次微分方程的通解, 则该方程为 \_\_\_\_\_.6. 已知函数  $y = y(x)$  在任意点  $x$  处有  $\Delta y = \frac{y\Delta x}{1+x^2} + \alpha$ , 且当  $\Delta x \rightarrow 0$  时  $\alpha$  是  $\Delta x$  的高阶无穷小,  $y(0) = \pi$ , 则  $y(1) =$  \_\_\_\_\_.

## 二、选择题 (四选一, 共 40 分, 每小题 4 分, 所选字母写在答题本上)

7. 设函数  $F(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{x}, & x \neq 0 \\ f(0), & x = 0 \end{cases}$ , 其中  $f(x)$  在  $x=0$  处可导,  $f'(0) \neq 0, f(0) = 0$ ,则  $x=0$  是  $F(x)$  的 ( ) .

A. 连续点; B. 第一类间断点; C. 第二类间断点; D. 不能确定.

8. 当  $x \rightarrow 0$  时, 变量  $\frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x}$  是 ( ) .A. 无穷小; B. 无穷大;  
C. 有界的, 但不是无穷小; D. 无界的, 但不是无穷大.9. 设  $a > 0, f(x) = g(x) = \begin{cases} a, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ , 而  $D$  表示全平面, 则二重积分 $\iint_D f(x)g(y-x)dxdy =$  ( ) .

华中农业大学 2010 年硕士研究生入学考试  
试 题 纸

课程名称: 608 数学

第 2 页 共 4 页

注意: 所有答案必须写在答题本上, 不得写在试题纸上, 否则无效。

A. 0; B.  $a^2$ ; C.  $\sqrt{a}$ ; D.  $a$ .10. 已知  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{(x-1)^2} = -2$ , 则在  $x=1$  处 ( )

A.  $f(x)$  导数存在且  $f'(1) \neq 0$ ; B.  $f(x)$  取极大值;  
C.  $f(x)$  取极小值; D.  $f(x)$  的导数不存在.

11. 设  $f(x)$  在  $x=a$  的某个邻域内有定义, 则  $f(x)$  在  $x=a$  处可导的一个充分条件是 ( )

A.  $\lim_{h \rightarrow 0} h[f(a + \frac{1}{h}) - f(a)]$  存在; B.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a-h)}{2h}$  存在;  
C.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+2h) - f(a+h)}{h}$  存在; D.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a) - f(a-h)}{2h}$  存在.

12. 已知  $f(x) = \begin{cases} x^2, & 0 \leq x < 1 \\ 1, & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$ , 设  $F(x) = \int_1^x f(t) dt (0 \leq x \leq 2)$ , 则  $F(x)$  为 ( )

A.  $\begin{cases} \frac{1}{3}x^3, & 0 \leq x < 1 \\ x, & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$ ; B.  $\begin{cases} \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}, & 0 \leq x < 1 \\ x, & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$ ;  
C.  $\begin{cases} \frac{1}{3}x^3, & 0 \leq x < 1 \\ x-1, & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$ ; D.  $\begin{cases} \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}, & 0 \leq x < 1 \\ x-1, & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$ .

13. 设向量组  $a_1, a_2, a_3$  线性无关, 则下列向量组中线性无关的是 ( )

A.  $a_1 + a_2, a_2 + a_3, a_3 - a_1$ ; B.  $a_1 + a_2, a_2 + a_3, a_1 + 2a_2 + a_3$ ;  
C.  $a_1 + 2a_2, 2a_2 + 3a_3, 3a_3 + a_1$ ; D.  $a_1 + a_2 + a_3, 2a_1 - 3a_2 + 22a_3, 3a_1 + 5a_2 - 5a_3$ .

14. 设  $A$  是  $n$  阶 ( $n \geq 2$ ) 非奇异矩阵,  $A^*$  是  $A$  的伴随矩阵, 则 ( )

华中农业大学 2010 年硕士研究生入学考试  
试 题 纸

课程名称: 608 数学

第 3 页 共 4 页

注意: 所有答案必须写在答题本上, 不得写在试题纸上, 否则无效。

- A.  $(A^*)^* = |A|^{n-1} A$ ;      B.  $(A^*)^* = |A|^{n+1} A$ ;  
C.  $(A^*)^* = |A|^{n-2} A$ ;      D.  $(A^*)^* = |A|^{n+2} A$ .

15. 设  $X, Y$  都服从参数为 2 的指数分布, 即分布密度为  $p(x) = \begin{cases} 2e^{-2x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$

则  $E[\max(X, Y) + \min(X, Y)] = ( \quad )$

- A. 1; B. 2; C. 3; D. 4.

16. 设  $P(A) = a, P(B) = b, P(A \cup B) = c$ , 则  $P(A\bar{B}) = ( \quad )$

- A.  $a - b$ ; B.  $c - b$ ; C.  $a(1 - b)$ ; D.  $a(1 - c)$ .

三、计算题 (共 80 分, 每小题 10 分, 在答题本上写出解题步骤)

17. 求二元函数  $f(x, y) = x^2 - y^2 + 2$  在区域  $D = \{(x, y) | x^2 + \frac{y^2}{4} \leq 1\}$  上的最大值和最小值.

18. 求常数  $a$ , 使极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \int_x^1 (1 - \frac{|t|}{x}) \cos(a - t) dt$  存在, 并求此极限.

19. 计算  $I = \int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} dy \int_{\frac{1}{2}}^{\sqrt{y}} e^x dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 dy \int_y^{\sqrt{y}} e^x dx$ .

20. 设  $u = f(x, y, z), \varphi(x^2, e^z, z) = 0, y = \sin x, z = z(x)$ , 其中  $f, \varphi$  都具有一阶连续偏导数, 且  $\frac{\partial \varphi}{\partial z} \neq 0$ , 求  $\frac{du}{dx}$ .

## 华中农业大学 2010 年硕士研究生入学考试 试 题 纸

课程名称：608 数学

第 4 页 共 4 页

注意：所有答案必须写在答题本上，不得写在试题纸上，否则无效。

21. 设矩阵  $A$  的伴随矩阵  $A^* = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 8 \end{pmatrix}$ ，且  $ABA^{-1} = BA^{-1} + 3E$ ，其

中  $E$  为 4 阶单位矩阵，求矩阵  $B$ 。

22. 已知向量  $\beta_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $\beta_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ ,  $\beta_3 = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ -3 \\ 11 \end{pmatrix}$ ，是方程组

$$\begin{cases} a_1x_1 + 2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4 = d_1 \\ 4x_1 + b_2x_2 + 3x_3 + b_4x_4 = d_2 \\ 3x_1 + c_2x_2 + 5x_3 + c_4x_4 = d_3 \end{cases}$$
 的三个解，求该方程组的通解。

23. 袋中装有 50 枚正品硬币，50 枚次品硬币（次品硬币两面都印成了国徽）。

(1) 从袋中任取 1 枚硬币，将它投掷 3 次，已知每一次都出现国徽，问这枚硬币是正品的概率为多少？

(2) 若在袋中任取 1 枚硬币，将它投掷  $k$  次 ( $k > 1$ )，问至少出现 1 次国徽的概率为多少？

24. 设二维随机变量  $(X, Y)$  在区域  $D: 0 < x < 1, |y| < x$  内服从均匀分布，求

(1) 关于  $X$  的边缘分布密度；(2)  $Z = 2X + 1$  的方差  $D(Z)$ 。

四、证明题 (6 分，在答题本上写出解题步骤)

25. 设  $f(x)$  在  $[0, 1]$  上可导，且满足关系式  $f(1) - 2 \int_0^{\frac{1}{2}} xf(x) dx = 0$ ，证明在

$(0, 1)$  内至少存在一个  $\xi$ ，使  $f'(\xi) = -\frac{f(\xi)}{\xi}$ 。