华中农业大学 2010 年硕士研究生入学考试

试 题 纸

课程名称：360 数学　　　　第 1 页　共 4 页

注意：所有答案必须写在答题本上，不得写在试题纸上，否则无效。

一、 填空题（共 24 分，每小题 4 分，只写答案在答题本上）

1. 已知当 $x \to 0$ 时，$(1+ax^2)^{\frac{1}{3}}-1$ 与 $\cos x-1$ 是等价无穷小，则 $a=$ ______.
2. 过点 $(0,1,0)$ 且平行于 xoz 平面的方程为______.
3. 设 $f(x)$ 任意阶可导，且 $f'(x)=e^{-f(x)}, f(0)=1$，则 $f^{(n)}(0)=$ ______.
4. 设 $u=(\frac{x}{y})^{\frac{1}{z}}$，则 $du|_{(1,1,1)}=$ ______.
5. 设 $y=c_1e^{3x}+c_2e^{4x}$ (c_1,c_2 为任意常数) 为某二阶常系数线性齐次微分方程的通解，则该方程为______.
6. 已知函数 $y=y(x)$ 在任意点 x 处有 $\Delta y=\frac{y\Delta x}{1+x^2}+\alpha$，且当 $\Delta x \to 0$ 时 α 是 Δx 的高阶无穷小，$y(0)=\pi$，则 $y(1)=$ ______.

二、选择题（四选一，共 40 分，每小题 4 分，所选字母写在答题本上）

7. 设函数 $F(x)=\begin{cases}\frac{f(x)}{x}, x\neq 0\\ f(0), x=0\end{cases}$，其中 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导，$f'(0)\neq 0, f(0)=0$，

则 $x=0$ 是 $F(x)$ 的（　　　）.

A. 连续点；　B. 第一类间断点；　C. 第二类间断点；　D. 不能确定.

8. 当 $x \to 0$ 时，变量 $\frac{1}{x^2}\sin\frac{1}{x}$ 是（　　　）.

A. 无穷小；　　　　B. 无穷大；

C. 有界的，但不是无穷小；D. 无界的，但不是无穷大.

9. 设 $a>0$，$f(x)=g(x)=\begin{cases}a, 0\le x\le 1\\ 0, \text{其他}\end{cases}$，而 D 表示全平面，则二重积分

$\iint\limits_D f(x)g(y-x)dxdy=$（　　　）.

A. 0; B. a^2; C. $\sqrt{a}$; D. a.

10. 已知 $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-f(1)}{(x-1)^2}=-2$，则在 $x=1$ 处（ ）

A. $f(x)$ 导数存在且 $f'(1)\neq 0$； B. $f(x)$ 取极大值；

C. $f(x)$ 取极小值； D. $f(x)$ 的导数不存在.

11. 设 $f(x)$ 在 $x=a$ 的某个邻域内有定义，则 $f(x)$ 在 $x=a$ 处可导的一个充分条件是（ ）

A. $\lim\limits_{h\to 0}h[f(a+\frac{1}{h})-f(a)]$ 存在； B. $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(a+h)-f(a-h)}{2h}$ 存在；

C. $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(a+2h)-f(a+h)}{h}$ 存在； D. $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(a)-f(a-h)}{2h}$ 存在.

12. 已知 $f(x)=\begin{cases}x^2, 0\le x<1\\ 1, 1\le x\le 2\end{cases}$，设 $F(x)=\int_1^x f(t)dt\ (0\le x\le 2)$，则 $F(x)$ 为（ ）

A. $\begin{cases}\frac{1}{3}x^3, 0\le x<1\\ x,\ \ 1\le x\le 2\end{cases}$； B. $\begin{cases}\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{3}, 0\le x<1\\ x,\ \ 1\le x\le 2\end{cases}$；

C. $\begin{cases}\frac{1}{3}x^3, 0\le x<1\\ x-1, 1\le x\le 2\end{cases}$； D. $\begin{cases}\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{3}, 0\le x<1\\ x-1,\ \ 1\le x\le 2\end{cases}$.

13. 设向量组 a_1,a_2,a_3 线性无关，则下列向量组中线性无关的是（ ）

A. $a_1+a_2, a_2+a_3, a_3-a_1$； B. $a_1+a_2, a_2+a_3, a_1+2a_2+a_3$；

C. $a_1+2a_2, 2a_2+3a_3, 3a_3+a_1$； D. $a_1+a_2+a_3, 2a_1-3a_2+22a_3, 3a_1+5a_2-5a_3$.

14. 设 A 是 n 阶（$n\ge 2$）非奇异矩阵，A^* 是 A 的伴随矩阵，则（ ）

华中农业大学 2010 年硕士研究生入学考试
试　题　纸

课程名称：360 数学　　　　　　　　第 3 页　共 4 页

注意：所有答案必须写在答题本上，不得写在试题纸上，否则无效。

A. $(A^*)^*=|A|^{n-1}A$；　　B. $(A^*)^*=|A|^{n+1}A$；

C. $(A^*)^*=|A|^{n-2}A$；　　D. $(A^*)^*=|A|^{n+2}A$.

15. 设 X，Y 都服从参数为 2 的指数分布，即分布密度为 $p(x)=\begin{cases}2e^{-2x}, & x\ge 0\\ 0, & x<0\end{cases}$

则 $E[\max(X,Y)+\min(X,Y)]=$（　）

A. 1；B. 2；C. 3；D. 4.

16. 设 $P(A)=a$，$P(B)=b$，$P(A\cup B)=c$，则 $P(A\overline{B})=$（　）

A. $a-b$；B. $c-b$；C. $a(1-b)$；D. $a(1-c)$.

三、计算题（共 80 分，每小题 10 分，在答题本上写出解题步骤）

17. 求二元函数 $f(x,y)=x^2-y^2+2$ 在区域 $D=\{(x,y)|x^2+\frac{y^2}{4}\le 1\}$ 上的最大值和最小值.

18. 求常数 a，使极限 $\lim\limits_{x\to 0}\int_{-x}^{x}\frac{1}{x}(1-\frac{|t|}{x})\cos(a-t)dt$ 存在，并求此极限.

19. 计算 $I=\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}}dy\int_{\frac{1}{2}}^{\sqrt{y}}e^{\frac{y}{x}}dx+\int_{\frac{1}{2}}^{1}dy\int_{y}^{\sqrt{y}}e^{\frac{y}{x}}dx$.

20. 设 $u=f(x,y,z),\varphi(x^2,e^y,z)=0,y=\sin x,z=z(x)$，其中 f,φ 都具有一阶连续偏导数，且 $\frac{\partial\varphi}{\partial z}\ne 0$，求 $\frac{du}{dx}$.

华中农业大学 2010 年硕士研究生入学考试

试 题 纸

课程名称：360 数学　　　　　　　　　　第 4 页　共 4 页

注意：所有答案必须写在答题本上，不得写在试题纸上，否则无效。

21. 设矩阵 A 的伴随矩阵 $A^*=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\1&0&1&0\\0&-3&0&8\end{pmatrix}$，且 $ABA^{-1}=BA^{-1}+3E$，其中 E 为 4 阶单位矩阵，求矩阵 B.

22. 已知向量 $\beta_1=\begin{pmatrix}1\\-1\\0\\2\end{pmatrix},\beta_2=\begin{pmatrix}2\\1\\-1\\4\end{pmatrix},\beta_3=\begin{pmatrix}4\\5\\-3\\11\end{pmatrix}$，是方程组

$$\begin{cases}a_1x_1+2x_2+a_3x_3+a_4x_4=d_1\\4x_1+b_2x_2+3x_3+b_4x_4=d_2\\3x_1+c_2x_2+5x_3+c_4x_4=d_3\end{cases}$$

的三个解，求该方程组的通解.

23. 袋中装有 50 枚正品硬币，50 枚次品硬币（次品硬币两面都印成了国徽）.

（1）从袋中任取 1 枚硬币，将它投掷 3 次，已知每一次都出现国徽，问这枚硬币是正品的概率为多少？

（2）若在袋中任取 1 枚硬币，将它投掷 k 次 $(k\geqslant 1)$，问至少出现 1 次国徽的概率为多少？

24. 设二维随机变量 (X,Y) 在区域 $D:0<x<1,|y|<x$ 内服从均匀分布，求

（1）关于 X 的边缘分布密度；（2）$Z=2X+1$ 的方差 $D(Z)$.

四、证明题（6 分，在答题本上写出解题步骤）

25. 设 $f(x)$ 在 [0，1] 上可导，且满足关系式 $f(1)-2\int_0^{\frac{1}{2}}xf(x)dx=0$，，证明在（0，1）内至少存在一个 ξ，使 $f'(\xi)=-\dfrac{f(\xi)}{\xi}$.