

华中农业大学二〇一二年硕士研究生入学考试
试 题 纸

课程名称：608 数学

第 1 页 共 4 页

注意：所有答案必须写在答题本上，不得写在试题纸上，否则无效。

一、判断题（共 10 分，每小题 2 分，请用“√”或者“×”表示）

1. 若函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导，则 $f(x)$ 在此点连续，但是左右极限不相等 ()

2. 不定积分 $\int e^{x^2} dx$ 的原函数不能用有限个初等函数表示 ()

3. $-x^2 - y^2 + z^2 = 1$ 表示一个单叶双曲面 ()

4. 若矩阵 $A \xrightarrow{\text{初等变换}} B$ ，则 $r(A) > r(B)$ ()

5. 若两个事件 A 与 B 相互独立，则 \bar{A} 与 \bar{B} 也相互独立，但是 \bar{A} 与 B 不相互独立 ()

二、单项选择题（共 40 分，每小题 4 分）

1. 设 $f'(x)$ 存在，则 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} =$ ()

A. $f'(x_0)$ B. $-f'(x)$ C. $f'(x)$ D. $-f'(x_0)$

2. 设 $f(x_0)$ 为可导函数，则下列式子正确的是 ()

A. $\int f(x) dx = f(x)$ B. $\int f'(x) dx = f(x)$

C. $(\int f(x) dx)' = f(x)$ D. $(\int f(x) dx)' = f(x) + C$

3. 分段函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ ，则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处 ()

A. 极限不存在

B. 极限存在但不连续

华中农业大学二〇一二年硕士研究生入学考试
试 题 纸

课程名称: 608 数学

第 2 页 共 4 页

注意: 所有答案必须写在答题本上, 不得写在试题纸上, 否则无效。

C. 连续但不可导

D. 导数存在

4. 下列定积分中, 其值为零的是

()

A. $\int_1^1 (x + \sin x) dx$

B. $\int_0^1 x \cos x dx$

C. $\int_1^1 x \sin x dx$

D. $\int_0^1 (x - \cos x) dx$

5. 累次积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{\cos \theta} f(r \cos \theta, r \sin \theta) r dr$ 可写成

()

A. $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y-y^2}} f(x, y) dx$

B. $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx$

C. $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{x-x^2}} f(x, y) dy$

D. $\int_0^1 dx \int_0^1 f(x, y) dy$

6. 微分方程 $\frac{d^2 y}{dx^2} = 2x$ 的通解是

()

A. $y = x^2 + C$

B. $y = \frac{1}{3}x^3 + C_1x + C_2$

C. $y = x^3 + C_1x + C_2$

D. $y = \frac{1}{3}x^3 + C$

7. 若反常积分 $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^p} dx$ 收敛, 则

()

A. $p \geq 1$

B. $p > 1$

C. $p \leq 1$

D. $p < 1$

8. 若线性方程 $\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 = 1 \end{cases}$ 仅有唯一解, 则

()

A. $\lambda \neq -2$

B. $\lambda \neq 1$

C. $\lambda \neq -2, 1$

D. $\lambda \neq -1, 2$

9. 若随机变量 X_1 和 X_2 相互独立, 则 $D(2X_1 - X_2) =$

()

华中农业大学二〇一二年硕士研究生入学考试
试 题 纸

课程名称：608 数学

第 3 页 共 4 页

注意：所有答案必须写在答题本上，不得写在试题纸上，否则无效。

A. $4D(X_1) - D(X_2)$

B. $4D(X_1) + D(X_2)$

C. $2D(X_1) - D(X_2)$

D. $2D(X_1) + D(X_2)$

10. n 个相互独立且服从正态分布的随机变量的线性组合服从 ()

A. 均匀分布

B. 二项分布

C. 泊松分布

D. 正态分布

三、填空题 (共 20 分, 每小题 4 分)

1. 函数 $f(x) = x - \ln(x+1)$ 的极小值点为 _____

2. 已知 $z = (x^2 + y^2)e^{-\arctan \frac{y}{x}}$, 则 $dz =$ _____

3. 设二重积分的积分区域 $D: 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$, 则 $\iint_D dx dy =$ _____

4. 已知 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -5 & 8 & 11 \\ 99 & -61 & 35 \end{pmatrix}$, 则 $A_{31} + 2A_{32} + 3A_{33} =$ _____

5. 设 $P(A) = 0.8, P(B) = 0.4, P(A|B) = 0.6$, 则 $P(B|A) =$ _____

四、计算题 (共 30 分, 每小题 6 分)

1. 计算行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2^2 & 3^2 & 4^2 \\ 1 & 2^3 & 3^3 & 4^3 \\ 1 & 2^4 & 3^4 & 4^4 \end{vmatrix}$.

2. 计算极限值 $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$.

3. 计算定积分 $\int_0^e x \ln x dx$.

华中农业大学二〇一二年硕士研究生入学考试

试 题 纸

课程名称：608 数学

第 4 页 共 4 页

注意：所有答案必须写在答题本上，不得写在试题纸上，否则无效。

4. 计算偏导数 z_x 和 z_y ，其中函数 $z = z(x, y)$ 由方程 $e^{-xy} - 2z + e^z = 0$ 确定。

5. 计算数学期望 $E(X)$ ，其中连续型随机变量 X 的分布密度为

$$p(x) = \begin{cases} ax^2 & 0 < x < 1 \\ 0 & x \leq 0 \text{ or } x \geq 1 \end{cases}$$

五、解答题（共 40 分，每小题 10 分）

1. 已知函数 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(e^n + x^n)}{n}$ ($x > 0$)，求 $f'(x)$ 。

2. 已知 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ ，求 A^{100} 。

3. 一口袋中有 3 只白球，2 只红球和 3 只黑球，若随机抽取 4 只，假设其中白球数为 X ，红球数为 Y ，试求二维随机变量 (X, Y) 的分布律。

4. 同学小王计划用 50 元购买水芯笔（单价：6 元）和圆珠笔（单价：4 元），若分别购买了 x 支和 y 支的效用函数为 $U(x, y) = 3 \ln x + \ln y$ ，请问如何购买才使得其效用最大？

六、证明题（共 10 分，每小题 5 分）

1. 在 $(0, 4)$ 内二阶可导的函数 $f(x)$ 满足 $f(1) = f(2) = f(3)$ ，证明：在 $(1, 3)$ 内至少有一点 ξ ，使得 $f''(\xi) = 0$ 。

2. 已知 n 阶方阵 A 满足 $A^2 - A - 3I = 0$ ，证明： $(A - I)$ 和 $(A + 2I)$ 均可逆。